

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO COPPEAD DE ADMINISTRAÇÃO

CESAR THOMÉ NETO

**CRIAÇÃO DE UM ÍNDICE DE MÍNIMA VARIÂNCIA DE AÇÕES
BRASILEIRAS**

Mestrado em Administração
Orientador: Ricardo Pereira Câmara Leal

Rio de Janeiro
2010

Cesar Thomé Neto

CRIAÇÃO DE UM ÍNDICE DE MÍNIMA VARIÂNCIA DE AÇÕES BRASILEIRAS

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração, Instituto Coppead de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Administração (M.Sc.).

Orientador: Ricardo Pereira Câmara Leal, D.Sc.

Rio de Janeiro
2010

Thomé N., Cesar

Criação de um índice de mínima variância de ações
brasileiras / Cesar Thomé Neto – Rio de Janeiro, 2010.

55 fl.: II

Dissertação (Mestrado em Administração) - Universidade
Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, Instituto COPPEAD de
Administração, 2010.

Orientador: Ricardo Pereira Câmara Leal

1. Mínima Variância. 2. Índice. 3. Seleção de Portfólio. –
Teses. I. Leal, Ricardo Pereira Câmara (Orientador). II.
Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto COPPEAD de
Administração. III. Título.

Cesar Thomé Neto

CRIAÇÃO DE UM ÍNDICE DE MÍNIMA VARIÂNCIA DE AÇÕES BRASILEIRAS

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração, Instituto Coppead de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Administração (M.Sc.).

Aprovado por:

Ricardo Pereira Câmara Leal, D.Sc. (COPPEAD/UFRJ)

Beatriz Vaz de Melo Mendes, Ph.D. (IM/UFRJ)

Fernando Nascimento de Oliveira, Ph.D. (BACEN/IBMEC)

Rio de Janeiro
2010

Àqueles que contribuíram para minha formação
pessoal ou profissional;

Veni, vidi, vici
(Júlio César)

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais e irmão por todo incentivo dado ao longo de minha vida. Esta foi só mais uma etapa cumprida.

Ao meu orientador e aos demais professores do Instituto COPPEAD por todo o conhecimento e ensinamentos que contribuíram para minha formação.

Aos meus amigos: Sei que amigos vão e vem, mas uns poucos e bons guardo do lado esquerdo do peito.

Ao pessoal do CEFIN, que participou ativamente do desenvolvimento deste trabalho.

Ao povo brasileiro, que mantém iniciativas como o CNPq, ao qual também gostaria de agradecer.

Aos que tiraram pedras do meu caminho e aqueles que construíram muros à minha frente. Sou o que sou graças às intervenções de vocês.

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo desenvolver, de acordo com a metodologia apresentada por Markowitz (1952), um índice de baixa volatilidade para o mercado de capitais brasileiro, contemplando os ativos mais líquidos do País. Para tal, foram utilizadas as cotações dos ativos presentes nas carteiras do Ibovespa de janeiro de 1998 a dezembro de 2008. Na busca da melhor metodologia para o Índice, diversos portfólios foram desenvolvidos, com diferentes restrições para a alocação máxima por ativo. Testes de robustez foram desenvolvidos para avaliar a consistência do Índice frente a mudanças na metodologia de cálculo e os impactos de valores extremos sobre o seu desempenho final. A performance do Índice foi comparada ao Ibovespa e a fundos de investimento de instituições financeiras. Os resultados indicaram que o portfólio de mínima variância clássico não apresenta diferença de desempenho estatisticamente significativa em relação ao Ibovespa e aos fundos de investimentos analisados. No entanto, a imposição de restrições para alocação máxima em cada um dos ativos tornou possível superar o *benchmark*. Concluindo, o Índice desenvolvido poderá servir como opção de investimentos para pessoas físicas e instituições financeiras, para gerar um *exchange-traded fund*, ou como parâmetro para cálculos de taxa de performance de fundos de investimentos, visto que o atualmente utilizado não é um parâmetro eficiente.

Palavras-chave: Mínima Variância. Índice. Seleção de Portfólio.

ABSTRACT

This work's objective was to develop, according to the methodology presented by Markowitz (1952), a low-volatility index for the Brazilian capital market, comprising the most liquid assets in the Country. To this end, data was collected from the assets in the Ibovespa index from January 1998 to December 2008. To select the best methodology for the Index, many portfolios were developed, with different restrictions for the maximum allocation to each asset. Robustness tests were developed to evaluate the consistency of the Index with some changes in calculation methodology and the impacts of extreme values on their final performance. The performance of the Index was compared to the Ibovespa and investment funds from financial institutions. The results indicated that there was no statistically significant difference between the classic minimum variance portfolio, the Ibovespa and the investment funds analyzed. However, the imposition of maximum allocation boundaries for each asset made it possible to overcome the benchmark. In conclusion, the Index developed may be used as an investment option for individuals and financial institutions, to generate an exchange-traded fund, or serve as a benchmark for performance valuation fee of investment funds, since the one currently in use is not an effective parameter.

Key-words: Minimum Variance. Index. Portfolio Selection.

SUMÁRIO DE TABELAS

Tabela 1 - Estatística descritiva para as carteiras do BOM e Ibovespa para o período entre abril 1998 e dezembro 2008.....	26
Tabela 2 – Frequência com que de cada índice de mínima variância supera o Ibovespa de abril 1998 a dezembro 2008	29
Tabela 3 - Teste não paramétrico de Wilcoxon e o Rho de Spearman em relação ao Ibovespa de abril 1998 a dezembro 2008	29
Tabela 4 - Estatística descritiva para o BOM 10%, BOM 100% e BOM EW de abril 1998 a dezembro 2008	32
Tabela 5 - Estatística descritiva para o BOM 10% e BOM 10% R de abril 1998 a dezembro 2008	33
Tabela 6 - Estatística descritiva para o BOM 10%, ITAU e FAMA de abril 1998 e dezembro 2008	37
Tabela 7 - Frequência com que o BOM 10%, ITAU e FAMA supera o Ibovespa	39

SUMÁRIO DE FIGURAS

Figura 1 - Retorno acumulado para o Ibovespa e para os índices de mínima variância de abril 1998 a dezembro 2008	28
Figura 2 - <i>Boxplot</i> dos retornos diários do BOM 10% e do Ibovespa após a exclusão de 20 retornos extremos do Ibovespa, de abril 1998 a dezembro 2008.....	31
Figura 3 - Risco e Retorno do Bom 10%, Ibovespa e 29 fundos de investimento de abril 1998 a dezembro 2008.....	36
Figura 4 - <i>Boxplot</i> dos retornos diários do BOM 10%, ITAU e FAMA de abril 1998 e dezembro 2008	38

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
1.1. CONTEXTO	12
1.2. OBJETIVO	12
2. REFERENCIAL TEÓRICO	14
3. METODOLOGIA.....	18
3.1. COLETA DE DADOS	18
3.2. FILTRO	19
3.3. CÁLCULO DA CARTEIRA DE MÍNIMA VARIÂNCIA	19
3.4. CÁLCULO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIA	22
3.5. CÁLCULO DA PERFORMANCE	23
3.6. INDICADORES E TESTES	24
4. RESULTADOS	25
4.1. COMPARAÇÃO ENTRE IBOVESPA E BOM DE 1998 A 2008	25
4.2. TESTES DE ROBUSTEZ PARA O BOM 10% NO PERÍODO DE 1998 A 2008	30
4.2.1. Teste de robustez excluindo valores extremos	30
4.2.2. Teste de robustez utilizando cotações médias.....	31
4.2.3. Teste de robustez utilizando alocação igual entre os ativos	32
4.2.4. Teste de robustez utilizando matriz de covariância robusta.....	33
4.3. COMPARAÇÃO ENTRE BOM 10% E FUNDOS DE INVESTIMENTOS EM AÇÕES	34
5. CONCLUSÕES	40
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	43
APÊNDICE	46

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONTEXTO

Selecionar ativos para um portfólio nunca foi uma tarefa simples. No entanto, na última década esta atividade se mostrou ainda mais importante e complexa frente às crises mundiais. A história recente se notabilizou por crises em diversos países e algumas com proporções globais, como as que ocorreram após os ataques de onze de setembro de 2001 e as de 2007/2008 causada pela crise do *subprime*. Entretanto, apesar destes eventos, os mercados de ações de diversos países se desenvolveram e alcançaram ganhos e volumes históricos. Tanto o efeito negativo das crises quanto o positivo do desenvolvimento do mercado também puderam ser percebidos no mercado brasileiro.

Apesar do desenvolvimento do mercado, Kahneman e Tversky (1979) julgam que a aversão a perda dos investidores os afasta de aplicações mais arriscadas. Bodie e outros (2003) afirmam que o investimento em ações é visto como de risco elevado, porém de alto retorno potencial. Sendo assim, é possível crer que uma opção de investimento de menor volatilidade enfrente menor resistência.

Para atrair um maior número de pessoas a aplicar em ativos financeiros, bancos e instituições de investimentos oferecem fundos de renda variável. Parte destes fundos cobram taxas de performance ao superar um determinado indicador. Nos casos onde o *benchmark* é o Ibovespa ou IBrX, ou qualquer outro formulado por uma metodologia semelhante, é possível crer que o gestor do fundo recebeu "mais do que merecia". Esta afirmativa se apóia no fato de que, nestes casos, o *benchmark* não é um índice otimizado e por isso é possível superá-lo pela redução do risco, sem reduzir o retorno, ou pela elevação do retorno, mantendo o nível de risco.

1.2. OBJETIVO

Hoje, o Ibovespa é empregado por muitos como um *benchmark* para os retornos no mercado de ativos de renda variável do Brasil. Ademais, a carteira que forma o índice também é usada por investidores como opção de investimento. Entretanto, é sabido que os ativos que compõem o índice são selecionados apenas

de acordo com sua liquidez, número e volume de negócios. Sendo assim, é possível crer que o portfólio que representa o Ibovespa não está na fronteira eficiente delineada por Markowitz (1952). Neste caso, esta carteira apresentaria risco diversificável diferente de zero e, por isso, não seria uma carteira eficiente. Vale lembrar que de acordo com Roll (1977), esta fronteira descrita por Markowitz (1952) não existe, uma vez que necessita de todos os ativos com risco. Ciente desta limitação, o que doravante será chamada de fronteira eficiente é o local de média variância para um conjunto limitado de ativos.

O objetivo deste trabalho é propor um novo índice, o Bovespa de Mínima Variância (BOM). Este portfólio terá como base os preceitos de Markowitz (1952), contemplando os ativos mais líquidos do mercado brasileiro. Esta metodologia foi escolhida porque depende unicamente de informações públicas e históricas e considera a interação entre os ativos. Assim, a seleção do portfólio se torna uma atividade rápida, automática e direta. Além disso, o modelo é capaz de maximizar o retorno para um determinado nível de risco ou minimizar o risco para um determinado nível de retorno. Dessa forma, a carteira é determinada exclusivamente com base em indicadores claros e objetivos.

Em suma, o objetivo deste trabalho é desenvolver, de acordo com a metodologia apresentada por Markowitz (1952), um índice para o mercado de ações do Brasil supostamente capaz de oferecer uma melhor relação entre risco e retorno do que o principal índice do País. O BOM poderá servir de parâmetro ou opção de investimento para pessoas físicas e investidores institucionais. Sendo assim, o atual projeto permite o desenvolvimento de um fundo ETF (*exchange-traded fund*), baseado no principal *benchmark* do mercado brasileiro, com o intuito de superá-lo.

1.3. DELIMITAÇÃO DO ESTUDO

O estudo contempla somente ações do mercado brasileiro que participaram de pelo menos uma das carteiras quadrimestrais do Ibovespa. O período escolhido para a análise começa em janeiro de 1998 e termina em dezembro de 2008. Este período foi escolhido pois supõe-se que o comportamento do mercado brasileiro atual possui diferenças significativas em relação ao período anterior ao Plano Real.

Os portfólios apresentados neste estudo foram formados exclusivamente com a estratégia de compra de ativos, sem permitir vendas a descoberto ou aplicação em renda fixa e derivativos. Essa medida visa replicar a metodologia utilizada para construção do Ibovespa. Por se tratar de um índice do mercado brasileiro de ações o cálculo do BOM não permite a inclusão de ativos internacionais.

O estudo não abordou os impactos dos tributos ou dos custos de transação na rentabilidade dos investimentos. É possível crer que, para o investidor individual, o impacto destes seja reduzido, visto que com a disseminação de corretoras *online* e *homebrokers*, os custos de transação representam uma pequena parcela do investimento e muitas vezes são valores fixos por transação. Neste caso o custo está relacionado, diretamente, ao número de ativos no portfólio e a quantidade de negociações. No entanto, no caso de investidores institucionais, que operam pelos meios tradicionais, com ordens enviadas por telefone à um corretor, e consequentemente com custos de transação mais elevados, tal inferência não pode ser mantida. Já o impacto dos impostos sobre o ganho de capital pode ser significativo na rentabilidade dos investimentos para ambos.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Observando a metodologia utilizada para a determinação dos ativos que farão parte da carteira do Ibovespa, disponível no site da instituição, é possível perceber que não há nenhuma preocupação além da liquidez e volume de negociação. Ou seja, a seleção de ativos não inclui uma análise sobre a relação entre os ativos visando maximizar o retorno ou minimizar o risco. Sendo assim, é possível crer que essas carteiras são indicadores do mercado, mas, a princípio, não são boas opções de investimento.

A crença de que a construção de um índice, através da metodologia apresentada por Markowitz (1952), é capaz de proporcionar ganhos aos investidores encontra respaldo na literatura. Para Constantinides e Malliaris (1995), Markowitz (1952) conseguiu desenvolver uma metodologia racional para seleção de portfólios sob incerteza. O modelo vai além de simplesmente reduzir o risco, preconiza a busca por ativos que apresentem relações de baixa covariância. Segundo Michaud

(1989) a teoria de seleção de portfólios por média variância é classificada, pelos modernos livros de finanças, como um meio de racionalizar o valor da diversificação.

Para Michaud (1989) o modelo desenvolvido por Markowitz (1952) apresenta muitos benefícios para os investidores. Segundo o autor, a metodologia proporciona um maior controle do risco da carteira pela inserção de restrições e escolhas, feitas pelos investidores, na programação matemática do cálculo do portfólio. O autor ressalta que o modelo é flexível e, por isso, informações, traduzidas em expectativas de retornos, podem ser consideradas. Por último, destaca que, atualmente, é possível analisar rapidamente grande quantidade de dados e obter resultados em pouco tempo. Clarke e outros (2006) ressaltam que estas análises podem ser feitas por meio de cálculo matricial, sem necessidade de utilizar simulação de Monte Carlo, reduzindo o esforço computacional necessário.

Dentre as carteiras em uma fronteira eficiente, a de mínima variância possui características ímpares. Sua principal vantagem, para Kempf e Memmel (2003) e Clarke e outros (2006) reside no fato dela não depender de estimativas de retornos futuros. Assim, o portfólio é determinado em função, exclusivamente, da covariância entre os ativos e, por isso, é menos subjetivo do que os demais portfólios. A carteira de mínima variância também se destaca pois independe da função utilidade do investidor. Essa função é única, ou seja, é diferente para cada investidor. Somente duas carteiras na fronteira eficiente independem da função utilidade do investidor: a de mínima variância e a de máximo retorno. A segunda é representada somente por um ativo e, por isso, não seria uma carteira. Neste caso, o índice ficaria refém de um único ativo que apresentou altos retornos no passado.

De acordo com Bloomfield e outros (1977) e Oliveira e De Paula (2008), os custos de manutenção e gestão de um portfólio são diretamente relacionados à quantidade de ativos presentes na carteira, ao universo de ativos analisados e à frequência com que a carteira é atualizada.

O trabalho apresentado por Gohout e Specht (2007) demonstra que portfólios formados a partir de premissas racionais, principalmente levando em consideração as relações entre os ativos, tendem a superar os índices formados para representar

o comportamento médio do mercado. Nesse estudo, os autores concluem que o portfólio formado de acordo com as diretrizes de Markowitz (1952) superou o índice alemão, DAX, no período analisado.

Markowitz (1952) postula que as carteiras situadas na fronteira eficiente são as que proporcionam o maior retorno a partir de um nível de risco determinado, ou o menor risco para um retorno escolhido. Sendo assim, essas carteiras são consideradas eficientes, pois reduzem ao máximo o risco diversificável. Ademais, Clarke e outros (2006) afirmam que por meio de uma carteira que inclua venda a descoberto é possível obter um risco menor do que em uma estratégia unicamente de compra.

A carteira de mínima variância está localizada no início da fronteira eficiente, a primeira, a mais próxima do eixo do retorno e risco esperados, sendo assim, é, teoricamente, a que oferece o menor risco para o investidor. Clarke e outros (2006) e Ang e outros (2006) concluíram que ativos com elevada volatilidade histórica oferecem retornos históricos inferiores.

Apesar dos benefícios aparentes, o modelo de média variância é pouco aplicado na prática (MICHAUD, 1989). O autor acredita que os investidores estão acostumados a tomar decisões informais. Ademais, alerta que o motivo principal para que instituições não utilizem o modelo de média variância reside em problemas políticos internos. Isso ocorre pois o uso desta metodologia reduz o poder dos investidores mais *seniores*, além de demandar mudanças na estrutura da organização, principalmente nos setores de contabilidade e controle de risco.

Em suma, Michaud (1989) reúne os motivos para a baixa aceitação do modelo entre os investidores em dois grupos. O primeiro é fruto da percepção dos investidores que o benefício real proporcionado pelo método não justificaria o esforço necessário para implementá-lo. O segundo é baseado no comportamento e é resultado da resistência à mudança por parte dos investidores.

Green e Hollifield (1992) ressaltam que as participações dos ativos, determinadas pelo modelo de média variância, não se aproximam de zero, à medida que o número de ativos disponíveis aumenta, como supõem as noções básicas e

ingênuas de diversificação. Para Black e Litterman (1991) a inconsistência entre a percepção do que seria diversificação e os modelos de alocação de ativos é uma das maiores barreiras para implementação destes.

Tobin (1958) alerta para o fato de que a teoria de seleção de portfólio apresentada por Markowitz (1952) não leva em consideração a preferência do investidor por liquidez. Segundo Dimson (1979), estimativas calculadas com base em ativos de baixa liquidez tendem a apresentar viés, prejudicando a análise. Ademais, Michaud (1989) e Leal e outros (2001) afirmam que pequenas mudanças nos dados de entrada para o cálculo dos retornos e matriz de covariância podem causar mudanças significativas nas carteiras da fronteira eficiente.

O modelo do Markowitz (1952) pressupõe que a covariância entre os ativos permanecerá estável. Os estudos desenvolvidos por Clarke e outros (2006) confirmam que ativos possuem variância e covariância relativamente estáveis e, por isso, razoavelmente previsíveis. No entanto, Bauer e outros (2004) demonstram receio com o desempenho das técnicas tradicionais de formação de portfólios em momentos de crise e instabilidade do mercado. Os autores afirmam que, nestas situações, a volatilidade e correlações tendem a aumentar. Portanto, propõem a reponderação das carteiras através da metodologia de media variância sempre que o mercado apresentar indícios de crise. Entretanto, ao final do estudo, os autores reconhecem que a estratégia sugerida não apresentou vantagens significativas.

Apesar de falhar em introduzir uma solução, Bauer e outros (2004) chamam a atenção para possibilidade de desenvolver um modelo que inclua os momentos atípicos do mercado, otimizando a matriz de covariância. Diversos autores, como Bengtsson e Holst (2002) e Ledoit e Wolf (2004) propõem novas metodologias para otimizar o cálculo da carteira de mínima variância. Os estudos de Disatnik e Benninga (2006, 2007) confirmam que a metodologia conhecida como *shrinkage procedure* proporciona resultados superiores ao modelo clássico apresentados por Markowitz (1952). Autores como Samuelson (1970), Rubinstein (1973) e Arditti e Levy (1975) defendem que momentos de ordem superior não podem ser desconsiderados. Por outro lado, Leal e Mendes (2010) usam cópulas e

dependências de caudas para construir carteiras ótimas e concluem que o procedimento clássico de Markowitz (1952) é robusto e difícil de ser superado.

No Brasil, Almeida (2008) analisou diversas metodologias para definir o modelo mais adequado ao mercado brasileiro. Em seu estudo, o autor corrobora que o método de redução de matriz (*shrinkage procedure*) é capaz de proporcionar melhores estimativas de covariância para ativos negociados no Brasil. O estudo de Ribeiro e Leal (2002) e Mendes e Leal (2005), afirmam que a utilização de um estimador robusto para a matriz de covariância, é capaz de capturar melhor a alta volatilidade e tornar os resultados mais reais e estáveis.

Green e Hollifield (1992) alertam para o fato de que carteiras de mínima variância calculadas pelo modelo proposto por Markowitz (1952) podem conter ativos com ponderações extremas. Neste caso, um único ativo, que detenha um elevado percentual dentro da carteira, é capaz de influenciar significativamente o desempenho futuro do portfólio.

Leal e Mendes (2008) defendem que a otimização por média variância, da forma proposta por Markowitz (1952), apresenta alta sensibilidade a valores extremos e, por isso, não é adequada para análise de ativos financeiros. Na tentativa de minimizar esse problema, Jobson e Korkie (apud Leal e Mendes, 2008) sugerem o uso da carteira de mínima variância. Ainda na tentativa de melhorar o processo de otimização do risco, Clarke e outros (2006) propõem a utilização de dados diários, ao invés de dados semanais ou mensais.

3. METODOLOGIA

3.1. COLETA DE DADOS

Os dados para o desenvolvimento deste estudo foram coletados da base de dados Economática[®]. Foram obtidos os valores de fechamento diários do Ibovespa, as cotações diárias, médias e de fechamento das ações, com ajuste de proventos e dividendos no período de janeiro de 1998 até dezembro de 2008. A base de notícias da Bloomberg[®] forneceu as informações necessárias sobre as mudanças de códigos, fusões e cancelamentos dos ativos ao longo do período estudado.

As carteiras quadrimestrais do Ibovespa foram obtidas no *website* da BM&FBovespa e por meio de mensagem enviada diretamente ao suporte da instituição. O Apêndice A apresenta os ativos que participaram da otimização em cada um dos quadrimestres do estudo.

A base de dados Quantum Axis[®] forneceu o valor das cotas líquidas diárias dos fundos de investimento empregados na comparação com os índices de mínima variância.

3.2. FILTRO

No intuito de evitar o viés existente em análises de ativo com pouca negociação (DIMSON, 1979) o estudo usará somente os ativos mais líquidos do País. Portanto, o desenvolvimento do novo índice se dará a partir da reponderação das ações que integraram as carteiras do Ibovespa em cada um dos quadrimestres. Ou seja, para cada carteira do Ibovespa uma nova carteira do BOM foi construída.

O estudo visa replicar com a maior veracidade possível as cotações históricas no intuito de comparar os índices. Entretanto, dentro do período de análise, algumas empresas fecharam seu capital, outras sofreram fusões e essas alterações modificam a base de dados. Para mitigar o viés de sobrevivência as cotações de alguns ativos cancelados durante o período de estudo e que permaneceram na base de dados foram usados até o dia em que deixaram de ser negociados. No entanto, nos demais casos, a base de dados pesquisada não mantém as cotações anteriores a essas modificações, por isso, o estudo considerará somente os ativos que não sofreram alterações ou aqueles que somente mudaram o código do ativo negociado. Essa restrição reduz a quantidade de ativos disponíveis e, conseqüentemente, o número de combinações possíveis para carteira de mínima variância e pode impactar negativamente na otimização. O Apêndice B apresenta as 192 exclusões de 75 ativos diferentes.

3.3. CÁLCULO DA CARTEIRA DE MÍNIMA VARIÂNCIA

Os cálculos para formação das carteiras do índice de mínima variância usarão as cotações diárias de fechamento, ajustada por proventos, inclusive dividendos,

dos quatro meses anteriores à publicação da carteira do Ibovespa. No intuito facilitar a compreensão e a utilização do índice por investidores, a participação de cada ativo será definida pelo portfólio de mínima variância postulado por Markowitz (1952) sem considerar momentos de ordem superior. Como os portfólios de mínima variância são construídos com base nas cotações dos últimos quatro meses, a primeira carteira foi montada para o segundo quadrimestre de 1998, com base nos dados de janeiro a abril do mesmo ano.

Não obstante os benefícios da estratégia de venda a descoberto apontados por Clarke e outros (2006), o desenvolvimento do índice de mínima variância não incluirá essa possibilidade e a existência de captação, ou de empréstimo a uma taxa livre de risco. A decisão de proibir a venda a descoberto decorre da opção por desenvolver um índice de referência como os já existentes, que não admitem este tipo de estratégia. Permitti-la proporcionaria uma vantagem ao índice de mínima variância.

A participação dos ativos na carteira de mínima variância depende diretamente da publicação das carteiras do Ibovespa, sendo assim, a carteira do BOM foi recalculada a cada nova divulgação quadrimestral. Os cálculos para formação das carteiras de mínima variância empregam as cotações de fechamento diárias dos quatro meses anteriores à publicação do índice.

Atualmente, a bolsa brasileira possui cerca de 450 ações, mas somente uma parcela possui liquidez. Considerando que a liquidez é um fator indispensável, principalmente em mercados emergentes como o brasileiro, somente os ativos listados no principal índice do país, o Ibovespa, foram incluídos neste estudo. Esta definição limita as opções de formação de carteiras, mas possibilita um ganho ao investidor, pois oferece uma maior garantia na necessidade de desfazer a posição.

Apesar de incluir somente os ativos mais líquidos do mercado brasileiro, alguns destes não foram negociados durante todo o período de quatro meses antes da divulgação da carteira do Ibovespa. Sendo assim, os ativos que deixaram de ser negociados em pelo menos um dia, dentro deste período, não participaram da formação da carteira daquele quadrimestre. Esta restrição favorece a liquidez da

carteira, mas, ao limitar a escolha, é necessário reconhecer que os resultados futuros poderão ser inferiores à uma situação sem essa restrição.

No intuito de evitar que ativos possuam participações extremamente altas em um portfólio, como descrito por Green e Hollifield (1992), alguns portfólios serão criados com um limite máximo por ativo. Ou seja, cada uma das carteiras possuirá um limite máximo para alocação em um único ativo. O BOM 10% possui o limite de 10%, o BOM 25% é limitado em 25%, o mesmo raciocínio vale para o BOM 50%, 75% e 100%. Esse limite auxiliará na redução da variabilidade dos pesos dos ativos entre as carteiras quadrimestrais, uma vez que estes não poderão superar um determinado limite. O portfólio que apresentar o melhor desempenho será usado como o índice de mínima variância. Apesar de racionais, essas restrições devem impactar negativamente na performance da carteira de mínima variância, ou seja, a carteira sob essas limitações poderá ser sub-ótima em relação a outra com os mesmo ativos e que não respeita essas regras.

Após a reponderação, uma carteira é definida com ativos e pesos mantidos pelos próximos quatro meses. Vale atentar que a utilização de cotações diárias, com ajuste de proventos e dividendos tornou desnecessário o rebalanceamento das quantidades teóricas nas datas destes eventos. No momento da seleção dos ativos que participarão do portfólio, seus dados passados são conhecidos. Entretanto, na hora de calcular o desempenho da carteira para os próximos meses as cotações seriam desconhecidas. Por isso, em caso de dias sem negociação, a cotação do dia anterior foi repetida, representando que aquele ativo não proporcionou retorno naquele dia. Em casos extremos, onde o ativo foi cancelado ou a empresa fechou capital, ou seja, não será mais negociada, o portfólio foi reponderado dividindo o percentual do ativo entre os demais que ainda permaneceram na carteira. Cabe destacar que esse procedimento faz com que os ativos que detinham um peso igual ao limite máximo o superem até o momento de uma nova ponderação. Vale ressaltar que da forma como o índice é desenvolvido o investidor deve manter os ativos e proporções definidas pelo modelo. Modificar o portfólio do índice, pela subtração ou adição de qualquer ativo, ou pela alteração dos pesos de um ativo já presente no portfólio, fará com que este não seja ótimo.

3.4. CÁLCULO DA MATRIZ DE COVARIÂNCIA

Mais de meio século após o trabalho seminal de Markowitz (1952), diversos autores desenvolveram novas metodologias para o cálculo da matriz de covariância. Essas metodologias buscam obter resultados mais consistentes e estáveis para que possam representar períodos típicos, assim como períodos atípicos. Os trabalhos apresentados por Ledoit e Wolf (2004) e Mendes e Leal (2005), chamam a atenção pelos resultados obtidos.

Ledoit e Wolf (2004) acreditam que a metodologia clássica, para o cálculo da matriz de covariância, apresenta vantagens como o baixo esforço computacional e a ausência de viés. Entretanto, apontam como principal desvantagem o elevado erro de estimação. Alertam, também, que a utilização de estimadores mais estruturados, como o modelo de um fator de Sharpe (1963), reduz o erro da estimativa mas tende a ser viesado e concluem que os modelos híbridos, incluindo a matriz de covariância e um estimador estruturado são capazes de proporcionar resultados melhores.

No modelo apresentado por Mendes e Leal (2005) duas matrizes de covariância são ponderadas para formar uma matriz robusta, capaz de representar melhor o real comportamento do mercado. Neste modelo, os autores utilizam o estimador Minimum Covariance Determinant (Rousseeuw, 1985 apud Mendes e Leal, 2005) juntamente com uma variação da matriz de covariância histórica. No intuito de desenvolver um índice de mínima variância robusto, um novo índice foi desenvolvido, com base no estimador MCD, proposto por Rousseeuw (1984), com auxílio do algoritmo FAST-MCD desenvolvido por Rousseeuw e Driessen (1999). A rotina computacional, para MATLAB, foi obtida no site do departamento de estatística robusta da Katholieke Universiteit Leuven¹ (Universidade Católica da Lovaina). O ponto de ruptura, em 75%, e os demais parâmetros utilizados, seguiram as recomendações de Rousseeuw e Driessen (1999).

¹ Acesso em 15 de novembro de 2008 <<http://wis.kuleuven.be/stat/robust.html>>.

3.5. CÁLCULO DA PERFORMANCE

Para calcular o desempenho dos índices de mínima variância *out of the sample* foram usados os pesos obtido de acordo com cálculo do portfólio de mínima variância desenvolvido por Markowitz (1952). O cálculo do desempenho do índice de mínima variância pressupõe a possibilidade de negociar os ativos pelo preço de fechamento e que o investidor mantém os ativos e proporções definidas pelo modelo pelos quatro meses seguintes.

Todos os índices começaram com cem mil pontos, esse valor foi dividido pelo percentual alocado a cada ativo, em seguida esse montante foi dividido pela cotação do ativo no dia anterior, como se tivesse sido comprado pelo preço de fechamento do dia anterior. Assim foram definidas as quantidades que serviriam de base para o cálculo da performance do índice durante o quadrimestre. Diariamente a quantidade de cada ativo calculada no primeiro dia foi multiplicada pelo preço de fechamento do ativo. A soma da quantidade de cada ativo multiplicada pelo respectivo preço forneceu o valor do índice para cada um dos dias do estudo, como demonstrado na fórmula abaixo. Assim como o Ibovespa, a carteira não foi rebalanceada diariamente. Vale lembrar que esta metodologia faz com que o peso de cada ativo, no portfólio, se altere diariamente de acordo com as oscilações do preço de fechamento de cada ação.

$$BOM t = \sum_{i=1}^n P_{i,t} \times Q_{i,t}$$

Onde:

$BOM t$ = Índice BOM no dia t

n = número total de ações na carteira teórica

P_i = último preço da ação "i" no dia t

Q_i = quantidade teórica da ação "i" no quadrimestre em que está o dia t

Do segundo quadrimestre em diante o valor do índice no final do quadrimestre anterior foi dividido de acordo com a nova ponderação, referente ao novo quadrimestre, e o processo de cálculo da quantidade de cada ativo e cálculo do valor do índice se repetiu até o último dia do estudo.

3.6. INDICADORES E TESTES

A partir do valor diário de cada um dos índices foi possível calcular o retorno diário e o acumulado. Ambos foram calculados de forma linear, de acordo com a fórmula abaixo.

$$\text{Retorno } t = \left(\frac{BOM_t}{BOM_{t-1}} \right) - 1$$

Onde:

Retorno t = retorno obtido para o dia t

BOM_t = valor do índice BOM no dia t

BOM_{t-1} = valor do índice BOM no dia $t-1$

Em seguida foram calculados a assimetria, curtose, mediana, retornos máximos e mínimos e o desvio padrão de cada índice de mínima variância. Ainda no intuito de melhor visualizar a distribuição dos retornos diários, gráficos de *Boxplot* foram traçados. Além do desvio padrão, o *value at risk* (VAR) histórico, a um nível de 99% de significância, também foi calculado para avaliar o risco de cada um dos portfólios. Este indicador consiste em utilizar um determinado quantil, neste estudo o percentil 1%, da distribuição empírica dos retornos para estimar a maior perda diária possível como 99% de segurança. A fórmula de cálculo é demonstrada abaixo.

$$VAR_{\alpha} = \inf \{l \in \mathfrak{R}: P(L > l) \leq 1 - \alpha\}$$

Para avaliar a frequência com que os índices e fundos de investimentos analisados superaram o Ibovespa, algumas amostras foram criadas. Para avaliar o retorno, o período foi dividido em amostras de 1 a 120 dias, e para o risco períodos de 30 a 120 dias. Nesses intervalos, foram calculados o retorno acumulado e o desvio padrão para os índices e fundos, e em seguidas comparados com os resultados do Ibovespa.

Os dados de retorno acumulado, desvio padrão e VAR são importantes, mas é necessário ressaltar que a comparação entre o modelo proposto e o Ibovespa não pode ser realizada unicamente por meio do retorno oferecido ou do risco, é preciso observar a relação entre retorno e risco proporcionada por cada carteira. O índice

formado pelo retorno dividido pelo risco serve como uma opção para resumir esta comparação a somente um indicador.

No entanto, para afirmar se existe diferença estatística entre as séries de retornos, o teste não paramétrico de soma de classificação de Wilcoxon foi realizado. Segundo Levine e outros (2005), este teste é amplamente empregado e é provavelmente mais eficaz do que o teste t de variância sob as condições onde não se pode afirmar se os dados apresentam comportamento normal. Considerando que Ribeiro e Leal (2002), entre outros, afirmam que a distribuição dos retornos no mercado de ações do Brasil apresenta caudas mais pesadas do que os esperados para uma distribuição normal, o teste de Wilcoxon se torna adequado para este estudo.

Triola (2005) afirma que, para que seja possível usar o Rho de Pearson, é preciso supor que a amostra analisada possui distribuição normal. Como exposto previamente, essa suposição não deve ser feita acerca dos dados deste estudo. Sendo assim, o autor recomenda o uso de uma estatística não paramétrica, pois essa metodologia não requer suposições sobre a distribuição dos dados e ainda permite detectar relações não lineares. No intuito de observar a estrutura de dependência existente entre os índices, o Rho de Spearman foi calculado.

4. RESULTADOS

4.1. COMPARAÇÃO ENTRE IBOVESPA E BOM DE 1998 A 2008

As análises *out of the sample* para as cinco carteiras do BOM e a do Ibovespa para os períodos entre 1998 e 2008, estão apresentadas nessa sessão. A Tabela 1 apresenta um resumo estatístico da performance de cada um dos índices. Como esperado, todas as carteiras do BOM apresentaram um risco inferior, entre 1,6699% e 1,6454%, contra 2,3575% do Ibovespa. Entretanto, o aumento da restrição de limite máximo não trouxe aumento do risco do índice, pelo contrário, proporcionou uma diminuição. Ao observar o *Value at Risk* (VAR) não paramétrico com 99% de significância é possível perceber que os índices de mínima variância apresentam valores semelhantes e inferiores ao do Ibovespa.

Apesar de construídos a partir de carteiras de mínima variância, tendo como principal objetivo minimizar o risco, todos os índices BOM superaram o retorno acumulado, e conseqüentemente a média diária, proporcionados pelo Ibovespa. Enquanto o BOM 10% obteve média de 0,0754% de retorno diário o Ibovespa apresentou somente 0,0442%. Ao analisar unidades de retorno por desvio padrão, a diferença fica ainda mais destacada.

O de desempenho dos índices de mínima variância surpreendem pois contrariam o esperado. O índice com a maior restrição, com alocação limitada a 10%, foi o que apresentou o melhor retorno e a melhor relação retorno sobre risco.

Tabela 1 - Estatística descritiva para as carteiras do BOM e Ibovespa para o período entre abril de 1998 e dezembro de 2008

	BOM 10%	BOM 25%	BOM 50%	BOM 75%	BOM 100%	Ibovespa
Retorno Acumulado (%)	632,8454	465,5554	383,7018	317,6510	315,5303	221,5723
Retorno Diário Médio (%)	0,0754	0,0656	0,0597	0,0541	0,0539	0,0442
Desvio Padrão (%)	1,6497	1,6454	1,6581	1,6694	1,6699	2,3575
VAR 99% Sig. (%)	4,5320	4,4952	4,6755	4,6765	4,6765	6,2578
Ret. Med. / Desv. Pad.	0,0457	0,0399	0,0360	0,0324	0,0323	0,0188
Assimetria	-0,0625	-0,1312	-0,1469	-0,2266	-0,2305	1,1843
Curtose	4,8194	4,1812	4,0917	4,5124	4,5393	19,7282
Mediana	0,1104	0,0998	0,1021	0,1024	0,1024	0,1147
Retorno Mínimo(%)	-11,1104	-10,4919	-9,9223	-10,7911	-10,9257	-15,8267
Retorno Máximo(%)	12,2719	11,4360	11,4360	11,4360	11,4360	33,3992
% de Retornos abaixo de 0	47,56%	46,65%	46,65%	46,39%	46,39%	47,82%
% de Retornos acima de 2,5%	5,37%	5,41%	5,68%	5,68%	5,68%	9,53%
% de Retornos abaixo de -2,5%	4,96%	4,50%	4,92%	5,03%	5,03%	10,40%
% de Retornos acima de 5%	0,68%	0,61%	0,49%	0,49%	0,49%	1,59%
% de Retornos abaixo de -5%	0,68%	0,79%	0,83%	0,83%	0,83%	1,74%
Média de ativos por portfólio	15,88	13,09	12,63	12,63	12,63	56,00

Nota: As carteiras de mínima variância foram denominadas como BOM, e o percentual ao lado de cada nome representa a alocação máxima em cada ativo, dentro da carteira.

As informações da distribuição dos retornos no período de análise estão expostas na Tabela 1. Apesar do aumento contínuo do retorno diário médio, à medida que aumentava a restrição de alocação máxima por ativo, as medianas não apresentavam o mesmo comportamento. Os retornos, mínimo e máximo, dão a amplitude dos retornos de cada um dos índices. É possível perceber que o Ibovespa possui o maior número de retornos extremos entre todos os índices analisados neste trabalho.

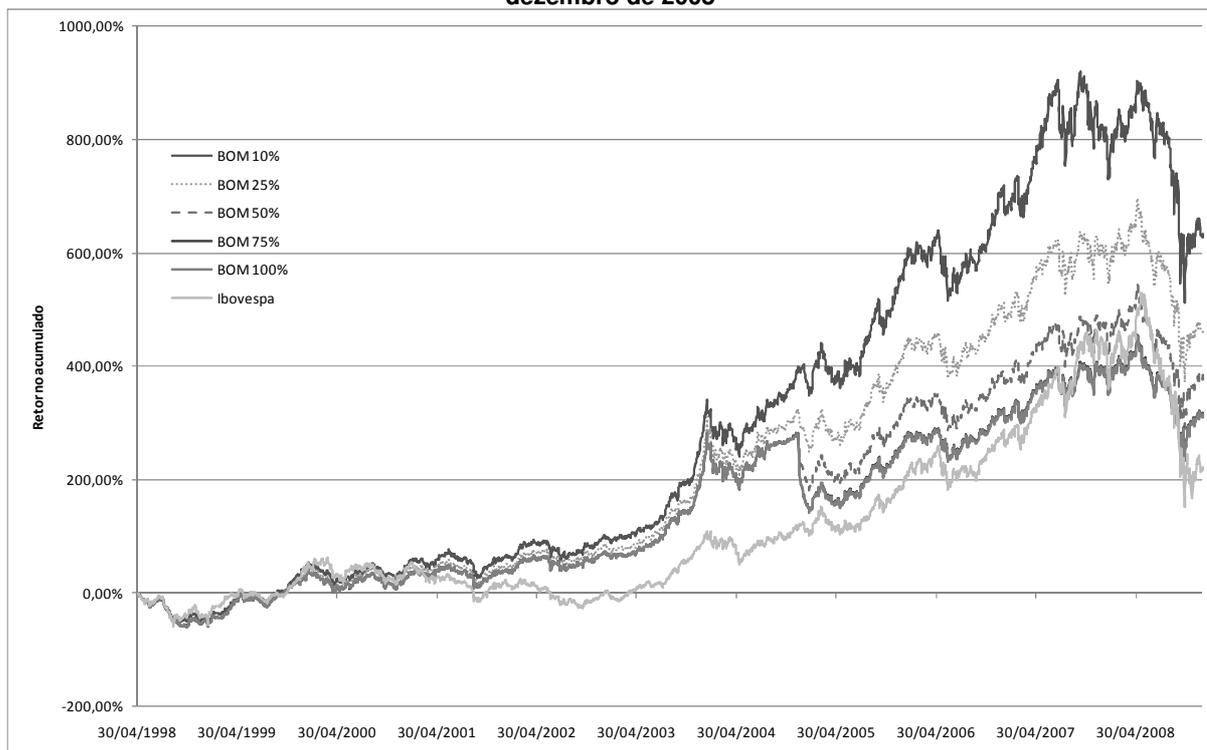
Todos os índices possuem mais de 50% dos retornos acima de zero. O percentual de retornos diários que excede $\pm 2,5\%$ ou $\pm 5\%$ é maior no Ibovespa do que em todos os índices de mínima variância.

A Tabela 1 mostra de forma inequívoca que os portfólios de mínima variância são formados por um número significativamente menor de ativos do que o Ibovespa. Na média, eles detêm menos de 30% do número de ativos do Ibovespa. Além de proporcionar maior retorno e menor risco, é possível inferir, com base em Bloomfield e outros (1977) e Oliveira e De Paula (2008), que a redução no número de ativos minimiza os custos de controle e manutenção do portfólio uma vez que gerenciar uma carteira de poucos ativos requer menos tempo e investimentos.

O limite máximo de alocação faz com que ocorra uma variação no número de ativos em cada portfólio de mínima variância. No entanto, os três portfólios com os maiores limites, 50%, 75% e 100% possuem o mesmo número de ativos em todos os períodos da análise. Por outro lado, nos BOM 10% e 25%, a limitação máxima de alocação não só mudou a participação dos ativos na carteira, mas adicionou novos ativos ao portfólio. O Apêndice C apresenta o número de ativos em cada carteira para cada quadrimestre. Ao observar o número médio de ativos em cada um dos portfólios de mínima variância nota-se que, em todos os casos, ele se aproxima de quatorze, o número considerado ótimo por Oda e outros (1998) e de doze, número considerado ótimo por Ceretta e Costa Jr. (2000).

A Figura 1 apresenta o retorno diário acumulado do Ibovespa e das cinco carteiras de mínima variância para o período de 30 de abril de 1998 até 30 de dezembro de 2008. É possível perceber que, como esperado, todos os índices de mínima variância possuem comportamento semelhante, começando a se distanciar do Ibovespa a partir de 2001. No final de 2004 a desvalorização do ativo EBTP3, que constituía grande parte dos portfólios BOM 100%, 75% e 50%, prejudicou, de forma significativa, a performance destes índices. A restrição de máxima alocação por ativo preservou o desempenho dos portfólios BOM 10% e 25%. Apesar de construídos na busca de minimizar o risco, todos os índices de mínima variância sofreram perdas significativas com os efeitos provenientes da crise do *subprime*.

Figura 1 - Retorno acumulado para o Ibovespa e para os índices de mínima variância de abril de 1998 a dezembro de 2008



Nota: As carteiras de mínima variância foram denominadas como BOM, e o percentual ao lado de cada nome representa a alocação máxima em cada ativo, dentro da carteira.

Na Figura 1 é possível ver que um investidor que optou, em 30 de abril de 1998, por qualquer um dos índices de mínima variância, obteve um retorno acumulado, ao final do ano de 2008, superior ao oferecido pelo Ibovespa. Entretanto, a alta volatilidade do mercado não permite que essa afirmativa seja feita para todo o período do estudo. A Tabela 2 apresenta a frequência com que cada um dos índices de mínima variância superou o Ibovespa. É possível perceber que, apesar de formulados com ênfase em minimizar o risco, os índices de mínima variância desenvolvidos superaram, na maioria dos intervalos analisados, o retorno proporcionado pelo Ibovespa. Ao observar essa frequência, é possível perceber que, na maioria dos casos, quanto maior o prazo maior a probabilidade de que um Índice supere o Ibovespa. O BOM 10% foi capaz de superar o *benchmark* em 63,64% dos quadrimestres.

Ao observar o risco, medido pelo desvio padrão, todos os índices superaram o Ibovespa com muita frequência, no mínimo 95,45% dos períodos analisados. O BOM 10% se destacou pois superou o *benchmark* em 100,00% dos períodos

analisados. Vale lembrar que superar o Ibovespa, quando analisando risco, significa apresentar uma volatilidade menor que o *benchmark*.

Vale atentar para o fato de que as probabilidades percentuais expostas na Tabela 2 não informam a magnitude da diferença, mas somente a frequência com que o índice de mínima variância superou o Ibovespa em durante o período analisado.

Tabela 2 – Frequência com que de cada índice de mínima variância supera o Ibovespa de abril de 1998 a dezembro de 2008

	Período	Amostras	BOM 10%	BOM 25%	BOM 50%	BOM 75%	BOM 100%
Retorno	1 dia	2643	51,08%	50,59%	50,47%	50,40%	50,40%
	30 dias	88	54,55%	48,86%	48,86%	47,73%	47,73%
	60 dias	44	59,09%	59,09%	61,36%	61,36%	61,36%
	90 dias	29	62,07%	58,62%	58,62%	58,62%	58,62%
	120 dias	22	63,64%	54,55%	54,55%	54,55%	54,55%
Risco	30 dias	88	100,00%	100,00%	96,59%	96,59%	96,59%
	60 dias	44	100,00%	97,73%	95,45%	95,45%	95,45%
	90 dias	29	100,00%	100,00%	96,67%	96,67%	96,67%
	120 dias	22	100,00%	100,00%	100,00%	95,45%	95,45%

Nota: As carteiras de mínima variância foram denominadas como BOM, e o percentual ao lado de cada nome representa a alocação máxima em cada ativo, dentro da carteira.

Apesar das vantagens apresentadas até momento, a Tabela 3 demonstra que, segundo o teste de soma de classificação de Wilcoxon, nem todos os índices são significativamente diferentes do Ibovespa. Ao nível de 10% de significância, somente o BOM 10% pode ser considerado diferente do Ibovespa. A Tabela 2 também apresenta a correlação entre os índices de mínima variância e o Ibovespa. É possível perceber que todos os cinco índices mostram correlação alta e positiva em relação ao Ibovespa. Todos os Rho de Spearman apresentados são significantes ao nível de 0,01.

Tabela 3 - Teste não paramétrico de Wilcoxon e o Rho de Spearman em relação ao Ibovespa de abril de 1998 a dezembro de 2008

	BOM 10%	BOM 25%	BOM 50%	BOM 75%	BOM 100%
Z _a	-1,798	-1,010	-0,684	-0,618	-0,617
p-valor	0,072	0,312	0,494	0,537	0,537
Rho de Spearman	0,835	0,771	0,747	0,745	0,744

a. Com base em rankings positivos (Ibovespa > BOM)

Nota: As carteiras de mínima variância foram denominadas como BOM, e o percentual ao lado de cada nome representa a alocação máxima em cada ativo, dentro da carteira.

4.2. TESTES DE ROBUSTEZ PARA O BOM 10% NO PERÍODO DE 1998 A 2008

De acordo com a Tabela 3, somente o BOM 10% seria estatisticamente diferente do Ibovespa por isso, os testes de robustez serão realizados com esse Índice.

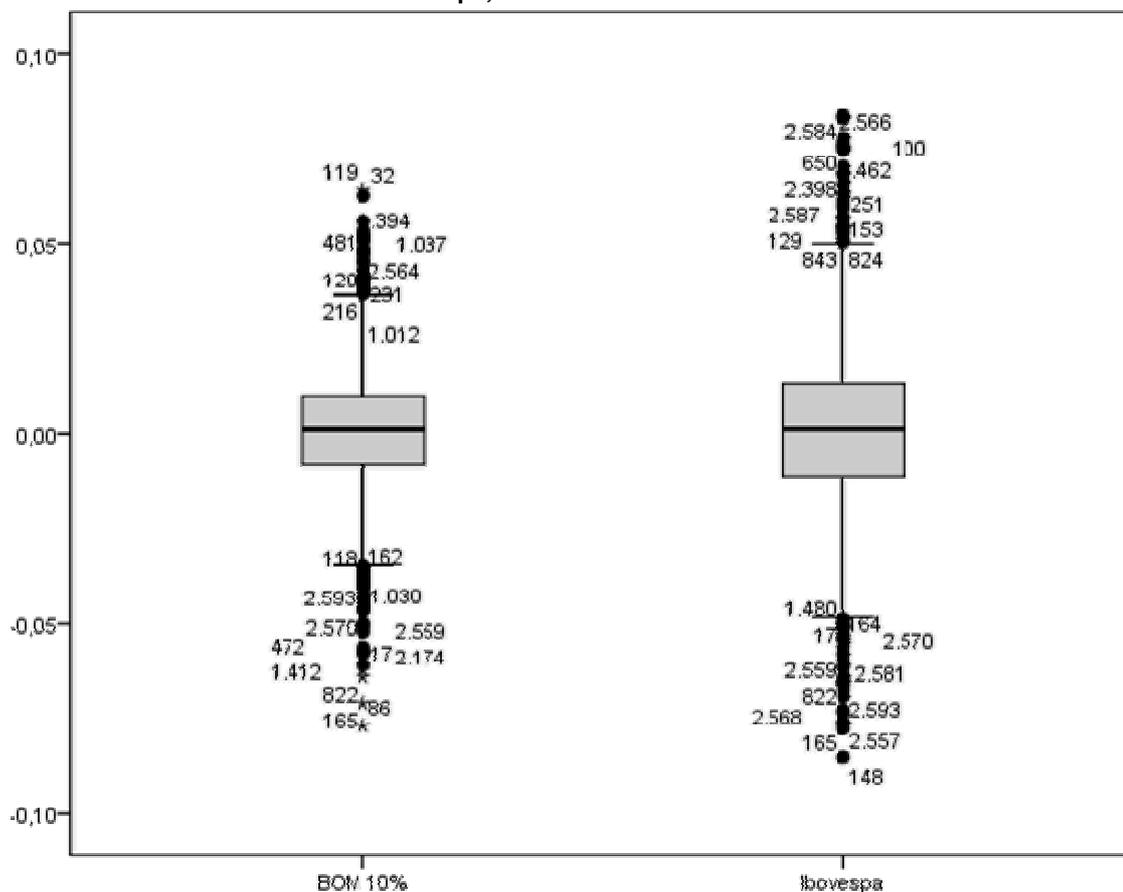
4.2.1. Teste de robustez excluindo valores extremos

Como visto na Tabela 1, o Ibovespa apresenta mais valores extremos do que o BOM 10%. É possível, portanto, que esses valores sejam responsáveis pela diferença entre os dois índices. No intuito de investigar essa possibilidade, foram excluídos, nas series do BOM 10% e do Ibovespa, vinte dados referentes aos dez maiores e menores dias de retorno do Ibovespa.

A exclusão não modificou qualitativamente os resultados obtidos anteriormente. O BOM 10% continuou superando o Ibovespa no retorno diário médio, com 0,0786%, contra 0,0364%. Obviamente, houve redução do desvio padrão do Ibovespa, atingindo 2,0572% contra 2,3575% com a amostra completa. Já que os retornos extremos do Ibovespa podem não corresponder aos mesmos dias que os retornos extremos do BOM 10% os impactos neste índice foram menores em relação ao exposto na Tabela 1.

Mesmo após a exclusão dos dez maiores e dez menores retornos diários do Ibovespa e dos retornos destes dias do BOM 10% o teste de soma de classificação de Wilcoxon, ainda sugere que as amostras são estatisticamente diferentes com Z_a de 1,832 significativo a 10%. Após a exclusão o do Rho de Spearman permaneceu alto e pouco variou, de 83,5% para 83,1%. A Figura 2 demonstra que mesmo depois da exclusão dos retornos extremos do Ibovespa, o BOM 10% ainda apresenta uma distribuição de retornos diários mais concentrada.

Figura 2 - *Boxplot* dos retornos diários do BOM 10% e do Ibovespa após a exclusão de 20 retornos extremos do Ibovespa, de abril de 1998 a dezembro de 2008



Nota: O BOM 10% representa a carteira de mínima variância com no máximo 10% de alocação em cada ativo.

4.2.2. Teste de robustez utilizando cotações médias

Todos os resultados e análises até o momento foram feitos com base na cotação de fechamento dos ativos. Contudo, é possível crer que as cotações médias forneçam mais informações do que as cotações de fechamento, já que estas refletem somente um momento do dia e podem ser alteradas por um único investidor.

Para averiguar o impacto desta mudança um novo índice (BOM 10% M) foi calculado com base nas cotações médias de cada dia. Esta é a única diferença, entre o novo índice BOM 10% M e o BOM 10%, calculado anteriormente.

Os resultados indicam que desenvolver um índice de mínima variância com base nas cotações médias do dia não apresenta benefícios significativos em relação ao cálculo tradicional, com base nas cotações de fechamento. Essa afirmativa baseia-se no fato de que as variações de um índice para o outro são pequenas. O

retorno diário médio, por exemplo, variou de 0,0754% para o BOM 10% para 0,0745% para o BOM 10% M. Já o desvio padrão foi de 1,6497% para o BOM 10% e 1,6424% para o BOM 10% M. Com Z_a de -1,370, no teste de Wilcoxon, não é possível afirmar que existe diferença estatística entre os dois índices. O Rho de Spearman de 96,3%, significativa ao nível de 0,01, indica forte correlação.

4.2.3. Teste de robustez utilizando alocação igual entre os ativos

No intuito de verificar o benefício da alocação sugerida pelo modelo de Markowitz (1952), um novo índice foi criado. O BOM EW utiliza os mesmo ativos selecionados na formação do BOM 100%, mas não mantém a alocação calculada. No novo índice todos os ativos possuem a mesma participação. Ou seja, a participação de cada ativo depende do número de ativos no portfólio e é calculada dividindo 100% pelo número de ativos em cada carteira quadrimestral.

A Tabela 4 permite observar que o BOM EW apresenta retorno e risco superiores aos obtidos com o índice com limite máximo de alocação em 10%. Contudo, a relação retorno médio dividido pelo desvio padrão apresenta uma diferença mínima, entre o BOM 10% e o BOM EW.

Tabela 4 - Estatística descritiva para o BOM 10%, BOM 100% e BOM EW de abril de 1998 a dezembro de 2008

	BOM 10%	BOM 100%	BOM EW
Retorno Acumulado (%)	632,8454	315,5303	713,4720
Retorno Diário Médio (%)	0,0754	0,0539	0,0793
Desvio Padrão (%)	1,6497	1,6699	1,7315
VAR 99% Sig. (%)	4,5320	4,6765	4,7673
Ret. Med. / Desv. Pad.	0,0457	0,0323	0,0458

Nota: Enquanto o BOM100% representa a carteira de mínima variância sem restrição, o BOM 10% é a carteira de mínima variância com no máximo 10% de alocação em cada ativo. O BOM EW representa a carteira de mínima variância com alocação igual para os mesmo ativos do BOM 100%.

A diferença entre o desempenho do BOM EW e do BOM 100% reforça a crença de que uma alocação equilibrada gera valor para o investidor. Ou seja, uma alocação ainda mais simples, é capaz de proporcionar um retorno acumulado superior. Essa hipótese encontra respaldo no fato de que a alocação mais uniforme é a única diferença entre o BOM EW e o BOM 100%. Contudo, apesar das diferenças de retorno e risco, não é possível afirmar que o BOM EW é significativamente diferente do BOM 10% ou do BOM 100%, visto que foram

encontrados estatísticas Z_a de -0,023 e -1,222 para o teste de Wilcoxon, respectivamente. O Rho de Spearman obviamente é elevado entre estes índices, sendo de 96,3% e 92,6% para o BOM 10% e BOM 100%, respectivamente.

4.2.4. Teste de robustez utilizando matriz de covariância robusta

Depois de mais de meio século do modelo de Markowitz (1952), outras formas de calcular portfólios otimizados foram desenvolvidas. Para avaliar se existe vantagem, sobre o modelo clássico, em aplicar uma das novas metodologias de cálculo de matriz de covariância, um novo índice foi desenvolvido com base no trabalho proposto por Rousseeuw (1984).

A Tabela 5 expõe informações básicas sobre os dois índices. É possível observar que o retorno acumulado do BOM 10%, calculado a partir do modelo clássico, supera o retorno do BOM 10% R. No entanto, o desvio padrão, assim como o VAR, dos dois índices é similar.

Tabela 5 - Estatística descritiva para o BOM 10% e BOM 10% R de abril de 1998 a dezembro de 2008

	BOM 10%	BOM 10% R
Retorno Acumulado (%)	632,8454	445,2205
Retorno Diário Médio (%)	0,0754	0,0642
Desvio Padrão (%)	1,6497	1,6438
VAR 99% Sig. (%)	4,5320	4,4637
Ret. Med. / Desv. Pad.	0,0457	0,0390

Nota: As carteiras do BOM 10% e BOM 10% R representam as carteiras de mínima variância com no máximo 10% de alocação em cada ativo, sendo a primeira formulada no modelo de Markowitz (1952) e a segunda no trabalho de Rousseeuw (1984).

Os dois índices apresentaram riscos semelhantes, 1,6497% para o índice calculado pelo modelo clássico de Markowitz (1952) e 1,6438% para o modelo robusto. Os retornos do BOM 10% R são significativamente menores do que os do BOM 10%, mas essa constatação não pode ser repetida quando comparado ao Ibovespa já que o Z_a foi de -2,634 e -1,505, respectivamente. Esse resultado difere do encontrado por Mendes e Leal (2005) pois aponta que a metodologia robusta não é superior quando analisando a performance *out of the sample* de uma carteira de mínima variância. Essa divergência pode ser resultado da imposição do limite máximo de alocação por ativo, no caso do BOM 10% R, já que o estudo dos autores supracitados não impõe essa restrição.

4.3. COMPARAÇÃO ENTRE BOM 10% E FUNDOS DE INVESTIMENTOS EM AÇÕES

A base de dados Quantum Axis[®] possui mais de 8.000 fundos, no entanto, para comparar com o BOM 10%, somente vinte e nove foram usados. Essa escolha resultou de uma série de filtros realizados entre os milhares de fundos disponíveis. Na primeira etapa, foram selecionados os fundos classificados pela Associação Nacional dos Bancos de Investimento (Anbid) como “Ações Ibovespa Ativo”, pois estes têm o objetivo explícito de superar o Ibovespa e não admitem alavancagem. Essa restrição limitou a escolha a 154 fundos. Em seguida, foram selecionados os fundos que utilizavam o Ibovespa como *benchmark*, restando assim 116 opções. Para possibilitar uma comparação completa, somente os fundos criados antes de 30 de abril de 1998, continuaram na amostra. Esta continha 31 fundos. Dois dentre estes, apesar de constituídos no período determinado, não apresentaram cotas para todo o período. Sendo assim, a amostra final é constituída por 29 fundos de investimento. Os fundos e algumas de suas características estão no Apêndice D.

A amostra empregada possui fundos com diversas características. O fundo de maior patrimônio totalizou 145 milhões de reais no final de 2008, enquanto o menor apresentava 35 milhões. As taxas de administração cobradas dos investidores variam de 0% a 6% ao ano. O fundo em operação há mais tempo foi fundado em junho de 1969 e o mais recente opera desde janeiro de 1998.

Para comparar o desempenho do BOM 10% e do BOM 100% com o dos fundos de investimentos, uma taxa de administração de 2% ao ano foi simulada, impactando diretamente no desempenho dos índices. Essa taxa foi descontada diariamente, e assim, foi obtida uma cota líquida diária permitindo a comparação direta com as cotas líquidas dos fundos, obtidas na base Quantum Axis[®].

Para representar o Ibovespa na comparação, com os fundos de investimento e com o BOM 10% 9 fundos foram selecionados. Está seleção se faz necessária pois o Ibovespa usado até o momento não apresenta taxa de administração. Para isso os procedimento e critérios supracitados foram repetidos, alterando unicamente a classificação, de “Ações Ibovespa Ativo” para “Ações Ibovespa Indexado”. Esta

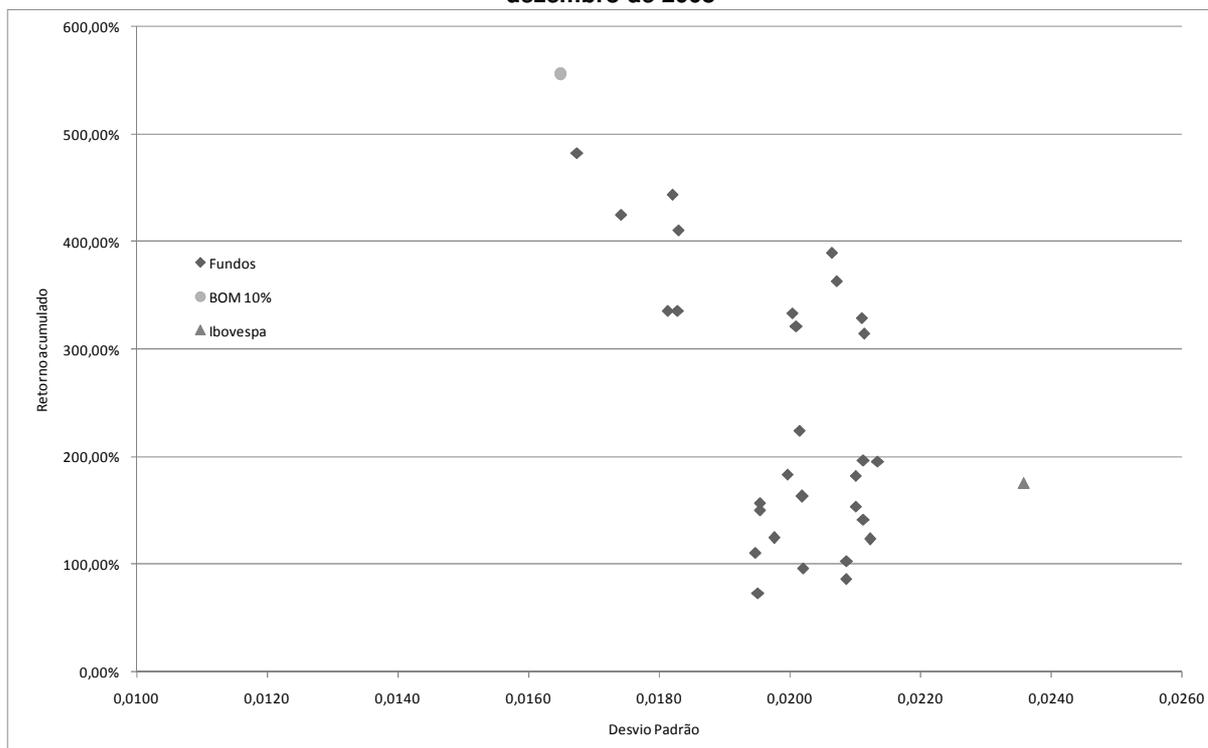
alteração se justifica pois estes fundos tem o objetivo de acompanhar o comportamento do Ibovespa, e não de superá-lo. Todos os fundos, algumas de suas características e informações estão no Apêndice E. Além dos fundos, a série de dados do Ibovespa foi ajustada, simulando uma taxa de administração de 2% ao ano. O resumo do desempenho dos fundos, do Ibovespa ajustado, e a correlação entre eles estão no Apêndice F. É possível perceber, que apenas dois fundos apresentaram o retorno acumulado superior ao Ibovespa e todos tiveram menos risco que o *benchmark*. A diferença, entre os fundos, de retorno e risco indica que optar por um dos 9 fundos de investimento adicionará a variável do sucesso do gestor na comparação com o BOM 10% e com os fundos “Ações Ibovespa Ativo”. Além disso, existe alta correlação entre os fundos e o Ibovespa. Sendo assim, a comparação será realizada com o Ibovespa ajustado com uma taxa de administração de 2% ao ano.

Vale lembrar que a seleção dos fundos “Ações Ibovespa Ativo” e “Ações Ibovespa Indexado” incluíram, somente aqueles constituídos antes de 30 de abril de 1998 e que permaneceram ativos até 30 de dezembro de 2008. Esta delimitação permite que a comparação entre os fundos e os índices criados seja realizada para todos os períodos do estudo. Contudo, essa restrição impõe um viés de sobrevivência a amostra utilizada.

Na Figura 3 foram plotados o BOM 10% e o Ibovespa ajustados e os 29 fundos classificados como “Ações Ibovespa Ativo. O eixo vertical representa o retorno acumulado no período de análise e o eixo horizontal demonstra o desvio padrão dos retornos diários. Sendo assim, quanto mais no alto do gráfico, maior o retorno acumulado, e quanto mais à esquerda, menor a variabilidade dos retornos. Os dados utilizados para a construção da Figura 3 podem ser observados no Apêndice G.

Observando a Figura 3 é possível perceber que o BOM 10% apresenta o melhor retorno acumulado e o menor risco dentre todos os ativos analisados. Também fica claro que parte dos fundos de investimentos oferece rentabilidade inferior ao do Ibovespa. O *benchmark* se destaca pois é o que apresenta, com grande diferença, o maior risco.

Figura 3 - Risco e Retorno do Bom 10%, Ibovespa e 29 fundos de investimento de abril de 1998 a dezembro de 2008



Nota: O BOM 10% representa a carteira de mínima variância com no máximo 10% de alocação em cada ativo. Os 29 fundos representam os fundos de investimentos classificados, pela Anbid, como Ações Ibovespa Ativo, com negociação durante todo o período de estudo.

Para uma análise mais detalhada, o BOM 10% será comparado com os dois fundos que apresentaram os maiores retornos acumulados, são eles; o FAMA CHALLENGER FIC AÇÕES e o ITAÚ PRIVATE EXPERTISE FIC AÇÕES, que serão chamados de FAMA e ITAU respectivamente. A Tabela 6 demonstra o resumo da performance do BOM 10% em comparação com os fundos supracitados. O BOM 10% apresentou um retorno superior aos dos fundos analisados proporcionando uma rentabilidade mais de 30% acima do segundo colocado. Esta posição foi ocupada pelo fundo FAMA, quase 9% superior ao ITAU.

Para uma taxa de administração anual de até 3,91%, o BOM 10% ainda supera o retorno apresentado pelo FAMA e para uma taxa de até 4,91% o índice ainda é capaz de superar o ITAU. Ao analisar o risco, a diferença entre os três é menor, o BOM 10% e o FAMA apresentaram indicadores semelhantes, enquanto o ITAU permaneceu com o pior indicador. Ao observar o VAR o BOM 10% continua apresentando o melhor indicador, seguido do FAMA e ITAU, respectivamente. Apesar dos três ativos apresentarem riscos aproximados, a grande vantagem do

BOM 10% no retorno acumulado e, conseqüentemente, diário, lhe garante destaque no indicador de retorno sobre risco.

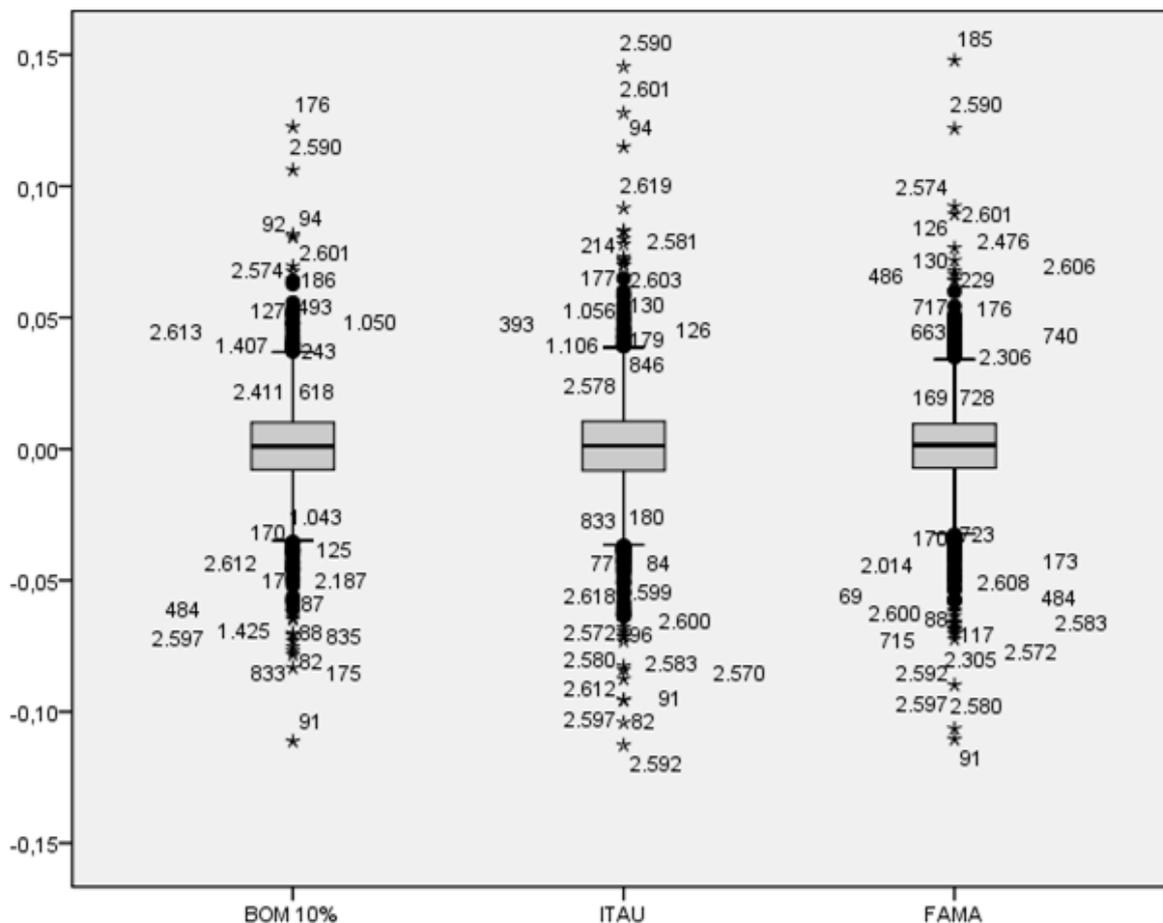
Tabela 6 - Estatística descritiva para o BOM 10%, ITAU e FAMA de abril de 1998 e dezembro de 2008

	BOM 10%	ITAU	FAMA
Retorno Acumulado (%)	555,7595	443,7085	482,2280
Retorno Diário Médio (%)	0,0712	0,0641	0,0667
Desvio Padrão (%)	1,6497	1,8200	1,6740
VAR 99% Sig. (%)	4,5501	5,0990	5,0380
Ret. Med. / Desv. Pad.	0,0431	0,0352	0,0398
Assimetria	-0,0661	-0,0111	-0,0403
Curtose	4,8196	6,4985	7,3387
Mediana	0,1055	0,1187	0,1528
Retorno Mínimo(%)	-11,1251	-11,2744	-11,0499
Retorno Máximo(%)	12,2541	14,5454	14,7843
% de Retornos abaixo de 0	47,60%	46,31%	44,99%
% de Retornos acima de 2,5%	5,37%	5,71%	4,73%
% de Retornos abaixo de -2,5%	4,96%	6,17%	5,11%
% de Retornos acima de 5%	0,68%	0,83%	0,57%
% de Retornos abaixo de -5%	0,68%	1,06%	0,98%

Nota: O BOM 10% representa a carteira de mínima variância com no máximo 10% de alocação em cada ativo. ITAU e FAMA, os fundos de investimento com o melhor retorno acumulado, representam respectivamente Itaú Private Expertise Fic Ações e Fama Challenger Fic Ações.

A Figura 4 apresenta a distribuição dos retornos diários do BOM 10%, ITAU e FAMA. Os retornos do índice de mínima variância parecem mais concentrados do que os apresentados pelos demais. Ao observar, na Tabela 6, a distribuição de retornos maiores e menores do que 0%, 2,5% e 5% é possível perceber a diferença entre as distribuições dos fundos ITAU e FAMA e do BOM 10%. Ainda de acordo com a Tabela 6 é possível perceber que o BOM 10% apresenta a menor mediana e o maior percentual de retornos negativos entre os três.

Figura 4 - *Boxplot* dos retornos diários do BOM 10%, ITAU e FAMA de abril de 1998 e dezembro de 2008



Nota: O BOM 10% representa a carteira de mínima variância com no máximo 10% de alocação em cada ativo. ITAU e FAMA, os fundos de investimento com o melhor retorno acumulado, representam respectivamente Itaú Private Expertise Fic Ações e Fama Challenger Fic Ações.

A Tabela 7 apresenta a probabilidade do BOM 10% e de cada um dos fundos de investimento superar o retorno e risco do Ibovespa. Ao analisar a frequência com que o retorno do Ibovespa foi superado, os dois fundos de investimento e o BOM 10% apresentaram percentuais semelhantes, sempre acima dos 50%. Ao observar essa frequência, é possível perceber que, na maioria dos casos, quanto maior o prazo maior a probabilidade de superar o Ibovespa. Na análise que engloba 120 dias, o BOM 10% proporcionou um retorno maior do que o do Ibovespa em 63,64% dos períodos analisados.

Ao observar o risco, medido pelo desvio padrão, os dois fundos e o BOM 10% superaram o Ibovespa com muita frequência. O BOM 10% se destacou pois superou o *benchmark* em 100,00% dos períodos analisados. Vale lembrar que superar o Ibovespa, quando analisando risco, significa apresentar uma volatilidade menor que o *benchmark*.

Vale atentar para o fato de que, assim como na Tabela 2, as probabilidades percentuais expostas na tabela abaixo não informam a magnitude da diferença, mas a frequência com que o fundo, ou Índice, superou o Ibovespa em durante o período analisado.

Tabela 7 - Frequência com que o BOM 10%, ITAU e FAMA supera o Ibovespa no período de abril de 1998 e dezembro de 2008

	Período	Amostras	BOM 10%	ITAU	FAMA
Retorno	1 dia	2643	51,19%	53,08%	50,81%
	30 dias	88	54,55%	51,14%	56,82%
	60 dias	44	59,09%	50,00%	68,18%
	90 dias	29	62,07%	58,62%	65,52%
	120 dias	22	63,64%	59,09%	59,09%
Risco	30 dias	88	100,00%	93,18%	93,18%
	60 dias	44	100,00%	95,45%	93,18%
	90 dias	29	100,00%	100,00%	96,55%
	120 dias	22	100,00%	100,00%	100,00%

Nota: O BOM 10% representa a carteira de mínima variância com no máximo 10% de alocação em cada ativo. ITAU e FAMA, os fundos de investimento com o melhor retorno acumulado, representam respectivamente Itaú Private Expertise Fic Ações e Fama Challenger Fic Ações.

Apesar das vantagens citadas, de acordo com o teste não paramétrico de Wilcoxon, não é possível afirmar que existe diferença estatisticamente significativa entre os retornos do BOM 10% e os fundos de investimento analisados, já que o Z_a de Wilcoxon foi de -0,154 para o ITAU e de -0,426 para o FAMA. O Rho de Spearman, 0,642 e 0,563, para o ITAU e FAMA, respectivamente, sugere que não existe uma forte correlação entre os fundos e o índice de mínima variância.

Ao comparar os dois fundos com BOM 100%, ajustado com a taxa de administração de 2% ao ano, os resultados obtidos são qualitativamente os mesmos. O Z_a de Wilcoxon foi de -0,577 para o ITAU e de -1,269 para o FAMA. O Rho de Spearman, 0,580 e 0,520, para o ITAU e FAMA, respectivamente.

5. CONCLUSÕES

Os resultados apresentados favorecem a suposição inicial de que uma estratégia de mínima variância com limites de alocação de ativos é capaz de proporcionar um risco inferior ao de um *benchmark* baseado em liquidez e volume de negociação. Surpreendente foi observar que o índice também é capaz de proporcionar um retorno superior ao do Ibovespa. Os resultados apresentados mostram que, ao contrário do que afirmam Boyle e Tian (2007), e corroborando com Clarke e outros (2006), um investidor não teria incorrido em um maior nível de volatilidade para obter mais retorno.

Entretanto, apesar de vantagens claras, à primeira vista, testes estatísticos não paramétricos indicam que um portfólio definido de acordo com o modelo clássico de Markowitz (1952) não é capaz de superar o Ibovespa. Somente com restrições para alocação máxima em cada um dos ativos do portfólio foi possível obter um retorno acumulado estatisticamente superior ao *benchmark*. Esta restrição garantiu uma distribuição mais estável e uniforme para os ativos em de cada carteira quadrimestral. É possível creditar essa diferença ao limite máximo, pois essa é a única modificação no cálculo do portfólio, de mínima variância, do BOM 10% para o BOM 100%, o primeiro limitando a 10% a participação de cada ativo no índice e o segundo sem impor limites. Entre os índices de mínima variância desenvolvidos, o BOM 10% apresentou o maior retorno acumulado e o segundo menor risco. Ao observar a frequência com que cada índice superou, em risco e retorno, o desempenho do Ibovespa, em amostras de tamanho e períodos diferentes o BOM 10% se destacou.

A estratégia apresentada neste trabalho não só foi capaz de proporcionar uma razão entre retorno e risco superior à do Ibovespa, mas também de minimizar os custos de manutenção do portfólio. Essa hipótese é baseada no fato de que o modelo apresentado é calculado com base em uma amostra de ativos menor do que a base usada para a formação do Ibovespa. Além disso, a carteira de mínima variância detém uma quantidade de ativos inferior à apresentada pelo *benchmark*.

Os testes de robustez mostraram que a vantagem do BOM 10% sobre o Ibovespa é significativa e consistente. Mesmo quando os retornos atípicos foram removidos da amostra, o BOM 10% ainda foi capaz de superar o *benchmark* estatisticamente. O cálculo de um novo índice de mínima variância com base em cotações médias, ao invés das cotações de fechamento, não trouxe benefícios.

A utilização da metodologia proposta por Rousseeuw (1984) para o cálculo da matriz robusta de covariância, em conjunto com o limite máximo de alocação por ativo, não foi capaz de melhorar os resultados do índice de mínima variância. Ao invés de ampliar a diferença e exacerbar as vantagens do modelo de mínima variância, o índice criado com a nova metodologia sequer pôde ser considerado estatisticamente diferente do Ibovespa. A comparação entre o BOM 10% e o BOM igualmente ponderado mostrou que a utilização do modelo de Markowitz (1952) para seleção de ativos é capaz de gerar valor para o investidor mesmo que este não respeite a distribuição de pesos proposta pelo modelo.

Na comparação entre o BOM 10% e fundos de investimento para o período analisado, o índice de mínima variância conquistou a posição de maior retorno e menor risco. O BOM 10% e os dois fundos de investimento selecionados superaram risco e retorno do Ibovespa com, aproximadamente, a mesma frequência. Contudo, na análise de risco, o BOM 10% se destacou nas amostras com menor número de dias. Não obstante, a diferença de retorno e risco, teste não paramétricos, comparando o BOM 10% com os dois melhores fundos de investimento, não permitem concluir que sejam estatisticamente diferentes. Testes com o BOM 100% obtiveram, qualitativamente, o mesmo resultado.

O elevado número de ativos excluídos nos primeiros quadrimestres pode ter contribuído para que o desempenho dos índices de mínima variância não tenham se destacado do Ibovespa nos primeiros períodos do estudo. Essa hipótese é baseada no fato de que a exclusão de ativos reduz o número de possíveis combinações de portfólios. Contudo, sob a hipótese de que ativos com baixo desempenho deixam de ser negociados, ao menos um dia, a exclusão destes ativos implica em um viés de sobrevivência em favor dos índices de mínima variância. É possível supor que os fundos de investimento que foram extintos, durante o período analisado,

apresentaram baixo desempenho. Sendo assim, a seleção de fundos para comparação com o BOM 10%, não foi significativamente impactada.

Este trabalho foi realizado com a utilização de cotações diárias, ajustadas por proventos e dividendos, sendo desnecessário o rebalanceamento das quantidades nas datas destes eventos. Contudo, o investidor que quiser aplicar, para os próximos quadrimestres, a metodologia apresentada neste estudo deverá, à maneira do Ibovespa, rebalancear sua carteira, já que as cotações utilizadas, no momento da definição do portfólio, não estarão ajustadas por proventos ou dividendos.

No intuito de ampliar a base de investidores beneficiados pelo Índice de Mínima Variância, apresentado neste estudo, recomenda-se a criação de um *exchange-traded fund* (ETF), baseada na metodologia usada para desenvolver o BOM 10%. Esta é uma opção de fácil acesso e não demanda, do investidor, o conhecimento ou tempo necessários para manutenção de um portfólio de mínima variância com objetivo de superar o *benchmark*.

A abrangência do tema permite o desenvolvimento de novos trabalhos explorando detalhes e características particulares do mercado brasileiro. Por exemplo, recriar um índice nos moldes deste estudo incluindo os custos de transação, no intuito de averiguar se os benefícios do modelo de mínima variância são exacerbados ou mitigados quando os custos de transação são considerados.

A carteira do índice apresentado neste estudo foi rebalanceada a cada quatro meses, de acordo com a divulgação do portfólio do Ibovespa. Uma nova pesquisa poderia averiguar os impactos de diferentes frequências de atualização do portfólio do índice de mínima variância. Atualizações constantes permitiriam a inclusão de novos ativos (IPO) e a constante reavaliação dos ativos no portfólio, por outro lado elevaria o custo de manutenção.

A análise apresentada foi limitada aos ativos de empresas negociadas na Bovespa. Um estudo mais amplo poderia criar índices de mínima variância internacionais, valendo-se de ativos de diferentes países. É possível imaginar que a adição desses ativos influencie positivamente o índice de mínima variância. Sendo assim, os resultados deste estudo podem dar início à criação de um novo ETF.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Almeida, Vinicio. **Are betas best?** The correlation structure on Brazilian equity market. Working paper, 2008.

Ang, Andrew; Hodrick, Robert, J.; Xing, Yuhang; Zhang, Xiaoyan. The cross-section of volatility and expected returns. **Journal of Finance**, v. 61, n.1, p. 259-299, 2006.

Arditti, Fred D.; Levy, Haim. Portfolio efficiency analysis in three moments: The multi-period case. **Journal of Finance**, v. 30, n.3, p. 797-809, 1975.

Bauer, Rob; Haerden, Roul; Molenaar, Roderick. Asset allocation in stable and unstable times. **Journal of Investing**, v. 13, n. 3, p.72-80, 2004.

Black, Fischer; Litterman, Robert. Asset allocation: combining investors views with market equilibrium, **Journal of Fixed Income**, v. 1, n. 2 p. 7-18, 1991.

Bengtsson, Christoffer; Holst, Jan. **On portfolio selection: improved covariance matrix estimation for Swedish asset returns**. Lund University and Lund Institute of Technology. Working paper, 2002.

Bloomfield, Ted; Leftwich, Richard; Long John, Jr. Portfolio strategies and performance. **Journal of Financial Economics**, v. 5, n. 2 p. 210-218, 1977.

Bodie, Ziv; Kane, Alex; Marcus, Alan. **Investments**. McGraw Hill Irwin. p. 163-191, 2003.

Bolsa de Valores de São Paulo. São Paulo, 2009. Disponível em: <<http://www.bovespa.com.br>>. Acesso em: 10 dez. 2008.

Boyle, P.; Tian, W. Portfolio management with constraints. **Mathematical Finance**. v. 17, n. 3, p. 319-343, 2007.

Ceretta, Paulo Sérgio.; Costa Jr., Newton C. A. da. Quantas ações tornam um portfólio diversificado no mercado de capitais brasileiro? In: Costa, Jr, Newton C. A., Leal, Ricardo P. C., Lemgruber, Eduardo F. **Mercado de Capitais: Análise Empírica no Brasil, Coleção Coppead de Administração**. São Paulo: Atlas, 2000.

Clarke, Roger; Silva, Harindra de.; Thorley, Steven. Minimum-variance portfolios in the U.S. equity market. **Journal of Portfolio Management**, v. 33, n.1, p. 10-24, 2006.

Dimson, Elroy. Risk measurement when shares are subject to infrequent trading. **Journal of Financial Economics**, v. 7, n. 2 p. 197-226, 1979.

Disatnik, David J.; Benninga, Simon. **Estimating the covariance matrix for portfolio optimization**. Tel Aviv University. Working paper, 2006.

_____. Shrinking the covariance matrix. **Journal of Portfolio Management**. v. 33, n. 4, p. 55-63, 2007.

Gohout, Wolfgang; Specht, Katja. Mean-variance portfolios using Bayesian vector-autoregressive forecasts. **Statistical Papers**, v. 48, n. 3, p. 403-418, 2007.

Green, Richard C.; Hollifield, Burton. When will mean-variance efficient portfolios be well diversified? **Journal of Finance**, v. 47, n. 5, p. 1785-1809, 1992.

Constantinides, George M.; Malliaris, Anastasios G. Portfolio Theory. In: Jarrow, Robert A.; Maksimovic, Vojislav; Ziemba, William T. (Ed.) **Handbooks in operations research and management science: finance**. North-Holland: Elsevier, v.9, 1995.

Kahneman, Daniel; Tversky, Amos. Prospect theory: An analysis of decision under risk, **Econometrica**, v. 47, n. 2 p. 263–291, 1979.

Kempf, Alexandre; Memmel, Christoph. **On the estimation of the global minimum variance portfolio**, University of Cologne. Working paper, 2003 <http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=385760>. Acesso em: 5 nov. 2008.

Leal, Ricardo P. C.; Silva, Andre Luiz Carvalhal da; RIBEIRO, Tulio Silva . **Alocação ótima de ativos em fundos de pensão brasileiros**. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, Relatórios Coppead, 351, 2001.

_____.; Mendes, Beatriz Vaz de Mello . Alocação de ativos com ações muito voláteis. In: Varga, G.; Leal, Ricardo P. C.. (Org.). **Gestão de Investimentos e Fundos**. Rio de Janeiro: Financial Consultoria, p. 303-318, 2006

_____. **A relação risco-retorno de fundos de pensão com investimentos em hedge funds**. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, Relatórios Coppead, 383, 2008.

_____. Incorporating tail dependence into Markowitz mean-variance model. Coppead working paper, 2010.

Ledoit, Oliver ; Wolf, Michael. Honey, I shrunk the sample covariance matrix. **The Journal of Portfolio Management**, v. 4, n. 30, p. 110-119, 2004.

Levine, David M.; Stephan, David F.; Krehbiel, Timothy C.; Berenson, Mark L. **Estatística: teoria e aplicações**. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2005.

Markowitz, Harry. Portfolio selection. **Journal of Finance**, v. 7, n.1, p.77-91, 1952.

_____. **Portfolio selection: efficient diversification of investments**. New York: Wiley, 1959.

Mendes, Beatriz Vaz de Mello; Leal, Ricardo P. C. Robust multivariate modeling in finance. **International Journal of Managerial Finance**, v. 1, n. 2, p. 95-107, 2005.

Michaud, Richard O. The Markowitz optimization enigma: is “optimized” optimal?, **Financial Analysts Journal**, v. 45, n. 1 p.31-42, 1989.

Oda, André Luiz; Senger, Maria Carlota Morandin; Chará, Alexandre Noboru. Um estudo sobre diversificação na bolsa de valores de São Paulo. In: Encontro da

Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Administração, 22, Foz do Iguaçu, PR, 1998.

Oliveira, Fernando Nascimento; De Paula, Eduardo Lana; Determinando o grau ótimo de diversificação para investidores usuários de Home Brokers. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 6, n. 3, p. 437-461, 2008.

Roll, Richard. A critique of the asset pricing theory's tests Part I: On past and potential testability of the theory. **Journal of Financial Economics**, v. 4, n. 2, p. 129-176, 1977.

Rousseeuw, Peter J. Least median of squares regression. **Journal of the American Statistical Association**, v. 79, p. 871-881, 1984.

Rousseeuw, Peter J.; Van Driessen, K., A fast algorithm for the minimum covariance determinant estimator. **Technometrics**. v.41, p. 212-223, 1999.

Ribeiro, Tulio Silva; Leal, Ricardo P. C.. Estrutura fractal em mercados emergentes. **Revista de Administração Contemporânea**. v.6, n.3, p. 97-108, 2002.

Rubinstein, M. The fundamental theorem of parameter preference security valuation. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**. v 8, n. 1, p. 61-69, 1973.

SAMUELSON, Paul, A..The fundamental approximation of theorem of portfolio analysis in terms of means, variances and higher moments. **Review of Economic Studies**. v. 37, n. 4, p. 537-542,1970.

Sharpe, William. Mutual fund performance. **Journal of bussiness**. v.39, n. 1, p. 119-138,1966.

Tobin, James. Liquidity preference as behavior towards risk. **Review of Economics Studies**.,v. 25, n.67, p. 65-86, 1958.

Triola, Mario, F.. **Introdução à estatística**. Rio de Janeiro: LTC, 2005.

APÊNDICE

Apêndice A – ATIVOS QUE INTEGRARAM A BASE DE DADOS PARA CADA UM DOS QUADRIMESTRES DE 1998 ATÉ 2008

2Q1998	3Q1998	1Q1999	2Q1999	3Q1999	1Q2000	2Q2000	3Q2000
ACES4	ACES4	ACES4	BESP4	ARCZ6	BBDC4	ACES4	ACES4
BBDC4	BESP4	BESP4	BBDC4	BESP4	BBAS3	ARCZ6	ARCZ6
BBAS4	BBDC4	BBDC4	BBAS4	BBDC4	BBAS4	BESP4	BESP4
BMTO4	BBAS3	BBAS4	CLSC6	BBAS3	CLSC6	BBDC4	BBDC4
CLSC6	BBAS4	CLSC6	CMIG3	BBAS4	CMIG3	BBAS3	BBAS3
CMIG4	CESP5	CMIG4	CMIG4	BMTO4	CMIG4	BBAS4	BBAS4
DURA4	BRKM5	CESP5	CESP5	CMIG3	CESP5	CLSC6	BRTP3
ELET3	DURA4	DURA4	DURA4	CMIG4	CPL66	CMIG3	BRTP4
ELET6	ELET3	ELET3	ELET3	CESP5	DURA4	CMIG4	BRTO4
ERIC4	ELET6	ELET6	ELET6	CPL66	ELET3	CPL66	CLSC6
INEP4	ELPL5	ELPL5	ELPL5	DURA4	ELET6	BRKM5	CMIG3
ITAU4	EMAE4	EPTE4	TBLE3	ELET3	ELPL5	CPSL3	CMIG4
ITSA4	EPTE4	TBLE3	TBLE6	ELET6	GPA4	DURA4	CESP5
PETR4	INEP4	TBLE6	INEP4	ELPL5	GETI4	ELET3	CPL66
CSTB4	PTIP4	INEP4	PTIP4	TBLE3	TBLE3	ELET6	BRKM5
BRTO4	ITAU4	PTIP4	ITAU4	PTIP4	PTIP4	ELPL5	CRGT5
TLPP4	KLBN4	ITAU4	ITSA4	ITAU4	ITAU4	EMBR3	CRTP5
UNIP6	LIPR3	ITSA4	PALF3	ITSA4	ITSA4	EMBR4	ELET3
VALE5	PALF3	KLBN4	PETR4	KLBN4	KLBN4	EBTP3	ELET6
	PETR4	LIPR3	BRDT4	PETR4	BRDT4	EBTP4	ELPL5
	BRDT4	PETR4	CSNA3	BRDT4	CSTB4	GETI4	EMBR3
	SHAP4	BRDT4	CSTB4	CSNA3	CRUZ3	TBLE3	EMBR4
	CSTB4	CSTB4	BRTO4	CSTB4	BRTO4	NETC4	EBTP3
	TLPP4	BRTO4	TRJC6	CRUZ3	TSPC6	PTIP4	EBTP4
	VALE5	TPRC6	TLPP4	BRTO4	TRPL4	ITAU4	TBLE3
	WHMT3	TRJC6	TSPC3	TLPP4	USIM5	ITSA4	GGBR4
		TLPP4	TSPC6	TSPC6	VALE5	KLBN4	NETC4
		TSPC3	VALE5	USIM5		PETR3	INEP4
		TSPC6	WHMT3	VALE5		PETR4	PTIP4
		VALE5		WHMT3		BRDT4	ITAU4
		WHMT3				SBSP3	ITSA4
						CSNA3	KLBN4
						CSTB4	PETR3
						CRUZ3	PETR4
						TCSL4	BRDT4
						TCOC4	SBSP3
						BRTP3	CSNA3
						BRTP4	CSTB4
						TNEP4	CRUZ3
						TSEP4	TCSL3
						TNLP3	TCSL4
						TNLP4	TCOC4
						BRTO4	TLCP4
						TLPP3	TNEP4
						TLPP4	TNLP3
						VIVO3	TNLP4
						VIVO4	TMCP4
						TRPL4	TLPP4
						USIM5	VIVO4
						VCPA4	TRPL4
						VALE5	USIM5
						WHMT3	VCPA4
							VALE5

Fonte: Ibovespa

Continuação:

1Q2001	2Q2001	3Q2001	1Q2002	2Q2002	3Q2002	1Q2003	2Q2003
ACES4							
AMBV4							
ARCZ6							
BESP4	BBDC4						
BBDC4	BRAP4						
BRAP4	BRTP3	BRTP3	BBAS3	BBAS3	BBAS3	BBAS3	BBAS3
BBAS3	BRTP4	BRTP4	BBAS4	BBAS4	BBAS4	BRTP3	BRTP3
BBAS4	BRTO4	BRTO4	BRTP3	BRTP3	BRTP3	BRTP4	BRTP4
BRTP3	CLSC6	CLSC6	BRTP4	BRTP4	BRTP4	BRTO4	BRTO4
BRTP4	CMIG3	CMIG3	BRTO4	BRTO4	BRTO4	BRKM5	BRKM5
BRTO4	CMIG4	CMIG4	CLSC6	CLSC6	BRKM5	CLSC6	CLSC6
CLSC6	CESP5	CESP5	CMIG3	CMIG3	CLSC6	CMIG3	CMIG3
CMIG3	CPL6	CPL6	CMIG4	CMIG4	CMIG4	CMIG4	CMIG4
CMIG4	BRKM5	BRKM5	CESP5	CESP5	CMIG4	CESP5	CESP5
CESP5	ELET3	ELET3	CGAS5	CGAS5	CESP5	CGAS5	CGAS5
CPL6	ELET6	ELET6	CPL6	CPL6	CGAS5	CPL6	CPL6
BRKM5	ELPL5	ELPL5	BRKM5	BRKM5	CPL6	CRTP5	CRTP5
CRTP5	EMBR3	EMBR3	CRTP5	CRTP5	CRTP5	ELET3	ELET3
ELET3	EMBR4	EMBR4	ELET3	ELET3	ELET3	ELET6	ELET6
ELET6	EBTP3	EBTP3	ELET6	ELET6	ELET6	ELPL5	ELPL5
ELPL5	EBTP4	EBTP4	ELPL5	ELPL5	ELPL5	EMBR3	EMBR3
EMBR3	TBLE3	TBLE3	EMBR3	EMBR3	EMBR3	EMBR4	EMBR4
EMBR4	GGBR4	GGBR4	EMBR4	EMBR4	EMBR4	EBTP3	EBTP3
EBTP3	NETC4	NETC4	EBTP3	EBTP3	EBTP3	EBTP4	EBTP4
EBTP4	INEP4	INEP4	EBTP4	EBTP4	EBTP4	GGBR4	GGBR4
TBLE3	PTIP4	PTIP4	TBLE3	GGBR4	GGBR4	PTIP4	PTIP4
GGBR4	ITAU4	ITAU4	GGBR4	NETC4	INEP4	ITAU4	ITAU4
NETC4	ITSA4	ITSA4	NETC4	INEP4	PTIP4	ITSA4	ITSA4
INEP4	KLBN4	KLBN4	INEP4	PTIP4	ITAU4	KLBN4	KLBN4
PTIP4	PETR3	PETR3	PTIP4	ITAU4	ITSA4	NETC4	NETC4
ITAU4	PETR4	PETR4	ITAU4	ITSA4	KLBN4	PETR3	PETR3
ITSA4	BRDT4	BRDT4	ITSA4	KLBN4	NETC4	PETR4	PETR4
KLBN4	SBSP3	SBSP3	KLBN4	PETR3	PETR3	BRDT4	SBSP3
PETR3	CSNA3	CSNA3	PETR3	PETR4	PETR4	SBSP3	CSNA3
PETR4	CSTB4	CSTB4	PETR4	BRDT4	BRDT4	CSNA3	CSTB4
BRDT4	TCSL3	CRUZ3	BRDT4	SBSP3	SBSP3	CSTB4	CRUZ3
SBSP3	TCSL4	TCSL3	SBSP3	CSNA3	CSNA3	CRUZ3	TCSL3
CSNA3	TCOC4	TCSL4	CSNA3	CSTB4	CSTB4	TCSL3	TCSL4
CSTB4	TLCP4	TCOC4	CSTB4	CRUZ3	CRUZ3	TCSL4	TCOC4
CRUZ3	TNEP4	TLCP4	CRUZ3	TDBH4	TCSL3	TCOC4	TLCP4
TCSL3	TNLP3	TNEP4	TDBH4	TCSL3	TCSL4	TLCP4	TNEP4
TCSL4	TNLP4	TNLP3	TCSL3	TCSL4	TCOC4	TNEP4	TNLP3
TCOC4	TMCP4	TNLP4	TCSL4	TCOC4	TLCP4	TNLP3	TNLP4
TLCP4	TLPP4	TMCP4	TCOC4	TLCP4	TNEP4	TNLP4	TMAR5
TNEP4	VIVO4	TLPP4	TLCP4	TNEP4	TNLP3	TMAR5	TMCP4
TNLP3	TRPL4	VIVO4	TNEP4	TNLP3	TNLP4	TMCP4	TLPP4
TNLP4	USIM5	TRPL4	TNLP3	TNLP4	TMAR5	TLPP4	VIVO4
TMCP4	VCPA4	USIM5	TNLP4	TMAR5	TMCP4	VIVO4	TBLE3
TLPP4	VALE5	VCPA4	TMCP4	TMCP4	TLPP4	TBLE3	TRPL4
VIVO4		VALE5	TLPP4	TLPP4	VIVO4	TRPL4	USIM5
TRPL4			VIVO4	VIVO4	TBLE3	USIM5	VCPA4
USIM5			TRPL4	TBLE3	TRPL4	VCPA4	VALE3
VALE5			USIM5	TRPL4	USIM5	VALE3	VALE5
			VCPA4	USIM5	VCPA4	VALE5	
			VALE5	VCPA4	VALE5		
				VALE5			

Continuação:

3Q2003	1Q2004	2Q2004	3Q2004	1Q2005	2Q2005	3Q2005	1Q2006
ACES4							
AMBV4							
ARCZ6							
BBDC4							
BRAP4							
BBAS3							
B RTP3							
B RTP4							
B RTO4							
BRKM5							
CLSC6	CLSC6	CLSC6	CMET4	CMET4	CMET4	CMET4	CMET4
CMIG3	CMIG3	CMIG3	CLSC6	CLSC6	CLSC6	CLSC6	CLSC6
CMIG4	CMIG4	CMIG4	CMIG3	CMIG3	CMIG3	CMIG3	CMIG3
CESP5	CESP5	CESP5	CMIG4	CMIG4	CMIG4	CMIG4	CMIG4
CGAS5	CGAS5	CGAS5	CESP5	CESP5	CESP5	CESP5	CESP5
CPLE6	CPLE6	CPLE6	CGAS5	CGAS5	CGAS5	CGAS5	CGAS5
CRTP5	CRTP5	CRTP5	CPLE6	CPLE6	CPLE6	CPLE6	CTAX3
ELET3	ELET3	ELET3	CRTP5	CRTP5	CRTP5	CRTP5	CTAX4
ELET6	ELET6	ELET6	ELET3	ELET3	ELET3	ELET3	CPLE6
ELPL5	ELPL5	ELPL5	ELET6	ELET6	ELET6	ELET6	CRTP5
EMBR3	EMBR3	EMBR3	ELPL5	ELPL5	ELPL5	ELPL5	ELET3
EMBR4	EMBR4	EMBR4	EMBR3	EMBR3	EMBR3	EMBR3	ELET6
EBTP3	EBTP3	EBTP3	EMBR4	EMBR4	EMBR4	EMBR4	ELPL5
EBTP4	EBTP4	EBTP4	EBTP3	EBTP4	EBTP4	EBTP4	EMBR3
GGBR4	GGBR4	GGBR4	EBTP4	GGBR4	GGBR4	GGBR4	EMBR4
PTIP4	PTIP4	PTIP4	GGBR4	PTIP4	GOAU4	GOAU4	EBTP4
ITAU4	ITAU4	ITAU4	PTIP4	ITAU4	PTIP4	PTIP4	GGBR4
ITSA4	ITSA4	ITSA4	ITAU4	ITSA4	ITAU4	ITAU4	GOAU4
KLBN4	KLBN4	KLBN4	ITSA4	KLBN4	ITSA4	ITSA4	PTIP4
NETC4	NETC4	NETC4	KLBN4	NETC4	KLBN4	KLBN4	ITAU4
PETR3	PETR3	PETR3	NETC4	PETR3	NETC4	NETC4	ITSA4
PETR4	PETR4	PETR4	PETR3	PETR4	PETR3	PETR3	KLBN4
SBSP3	SBSP3	SBSP3	PETR4	SBSP3	PETR4	PETR4	PETR3
CSNA3	CSNA3	CSNA3	SBSP3	CSNA3	SBSP3	SBSP3	PETR4
CSTB4	CSTB4	CSTB4	CSNA3	CSTB4	CSNA3	SDIA4	SBSP3
CRUZ3	CRUZ3	CRUZ3	CSTB4	CRUZ3	CSTB4	CSNA3	SDIA4
TCSL3	TCSL3	TCSL3	CRUZ3	TCOC4	CRUZ3	CSTB4	CSNA3
TCSL4	TCSL4	TCSL4	TCSL3	TLCP4	TCOC4	CRUZ3	CRUZ3
TCOC4	TCOC4	TCOC4	TCSL4	TNLP3	TLCP4	TCOC4	TCOC4
TLCP4	TLCP4	TLCP4	TCOC4	TNLP4	TNLP3	TLCP4	TLCP4
TNEP4	TNEP4	TNEP4	TLCP4	TMAR5	TNLP4	TNLP3	TNLP3
TNLP3	TNLP3	TNLP3	TNEP4	TMCP4	TMAR5	TNLP4	TNLP4
TNLP4	TNLP4	TNLP4	TNLP3	TLPP4	TMCP4	TMAR5	TMAR5
TMAR5	TMAR5	TMAR5	TNLP4	VIVO4	TLPP4	TMCP4	TMCP4
TMCP4	TMCP4	TMCP4	TMAR5	TCSL3	VIVO4	TLPP4	TLPP4
TLPP4	TLPP4	TLPP4	TMCP4	TCSL4	TCSL3	VIVO4	VIVO4
VIVO4	VIVO4	VIVO4	TLPP4	TBLE3	TCSL4	TCSL3	TCSL3
TBLE3	TBLE3	TBLE3	VIVO4	TRPL4	TBLE3	TCSL4	TCSL4
TRPL4	TRPL4	TRPL4	TBLE3	USIM5	TRPL4	TRPL4	TRPL4
USIM5	USIM5	USIM5	TRPL4	VCPA4	UBBR11	UBBR11	UBBR11
VCPA4	VCPA4	VCPA4	USIM5	VALE3	USIM5	USIM5	USIM5
VALE3	VALE3	VALE3	VCPA4	VALE5	VCPA4	VCPA4	VCPA4
VALE5	VALE5	VALE5	VALE3		VALE3	VALE3	VALE3
			VALE5		VALE5	VALE5	VALE5

Apêndice B – ATIVOS EXCLUÍDOS DO IBOVESPA PARA O CÁLCULO DOS ÍNDICES DE MÍNIMA VARIÂNCIA EM CADA QUADRIMESTRE DE 1998 A 2008

2Q1998	3Q1998	1Q1999	2Q1999	3Q1999	1Q2000	2Q2000	3Q2000
ARCZ6	ARCZ6	ARCZ6	ARCZ6	BRHA4	ARCZ6	BRHA4	BRAP4
BESP4	BELG4	BELG4	BRHA4	CLSC6	BESP4	CESP5	BRHA4
BELG4	BRHA4	BRHA4	BBAS3	BRKM5	BRHA4	INEP4	LIGH3
BRHA4	BMTO4	BBAS3	BMTO4	CPSL3	BMTO4	LIGH3	TMAR5
BBAS3	CLSC6	BMTO4	BRKM5	GEP4	BRKM5	TMAR5	
CMIG3	CMIG3	CMIG3	CPSL3	GETI4	CPSL3		
CESP5	CMIG4	CEVA4	EBEN4	INEP4	EMBR3		
CEVA4	CEVA4	BRKM5	EPE4	LIGH3	INEP4		
BRKM5	CPSL3	CPSL3	KLBN4	PALF3	LIGH3		
CPSL3	USIM6	USIM6	LIGH3	TMAR5	PETR3		
USIM6	EBEN4	EBEN4	CRUZ3	RCTB31	PETR4		
EBEN4	ERIC4	EMAE4	TPRC6	RCTB41	CSNA3		
ELPL5	TBLE3	ERIC4	TMAR5	TRPL4	TMAR5		
EMAE4	TBLE6	LIGH3	RCTB31	VCPA4	RCTB31		
EPE4	ITSA4	PALF3	RCTB41	TMAR5	RCTB41		
PTIP4	LIGH3	SHAP4	USIM5	TRJC6	TLPP3		
KLBN4	PMAM4	CSNA3	VCPA4	TSPC3	TLPP4		
LIGH3	CSNA3	CRUZ3		UNIP6	VCPA4		
LIPR3	CRUZ3	RCTB30		USIM4	WHMT3		
PMAM4	TELB3	RCTB40		VCPA4			
PALF3	TELB4	TMAR5					
BRDT4	BRTO4	UNIP6					
SCON4	TPRC6	USIM4					
SHAP4	TMAR5	VCPA4					
CSNA3	TRJC6						
CRUZ3	TSPC3						
TELB3	TSPC6						
TELB4	UNIP6						
TMAR5	USIM4						
USIM4	VCPA4						
VCPA4							
WHMT3							

1Q2001	2Q2001	3Q2001	1Q2002	2Q2002	3Q2002	1Q2003	2Q2003
LIGH3	BBAS3	BBAS3	LIGH3	LIGH3	LIGH3	LIGH3	LIGH3
TMAR5	BBAS4	BBAS4	TMAR5				
VCPA4	C RTP5	CGAS5					
	LIGH3	C RTP5					
	CRUZ3	LIGH3					
	TMAR5	TDBH4					
		TMAR5					

3Q2003	1Q2004	2Q2004	3Q2004	1Q2005	2Q2005	3Q2005	1Q2006
LIGH3	LIGH3	LIGH3	LIGH3	LIGH3	LIGH3	CTAX3	ARCE3
						CTAX4	LIGH3
						LIGH3	NETC4

2Q2006	3Q2006	1Q2007	2Q2007	3Q2007	1Q2008	2Q2008	3Q2008
PRGA3	ARCE3	ELPL6		BTOW3			BVMF3
	CESP6			CCPR3			

Fonte: Ibovespa

APÊNDICE C – NÚMERO DE ATIVOS POR QUADRIMESTRE PARA TODAS AS CARTEIRAS DE MÍNIMA VARIÂNCIA E PARA O IBOVESPA DE 1998 A 2008

	BOM 10%	BOM 25%	BOM 50%	BOM 75%	BOM 100%	Ibovespa
2Q1998	15	12	12	12	12	52
3Q1998	14	9	7	7	7	57
1Q1999	14	8	8	8	8	56
2Q1999	13	10	10	10	10	47
3Q1999	14	13	11	11	11	45
1Q2000	21	19	19	19	19	46
2Q2000	18	16	14	14	14	57
3Q2000	16	13	13	13	13	57
1Q2001	16	12	12	12	12	56
2Q2001	14	10	10	10	10	55
3Q2001	14	14	14	14	14	57
1Q2002	13	11	10	10	10	57
2Q2002	16	12	12	12	12	57
3Q2002	15	12	12	12	12	56
1Q2003	16	16	15	15	15	55
2Q2003	14	15	15	15	15	54
3Q2003	19	18	18	18	18	54
1Q2004	20	18	18	18	18	54
2Q2004	16	13	13	13	13	54
3Q2004	15	15	14	14	14	55
1Q2005	16	15	15	15	15	53
2Q2005	17	15	15	15	15	55
3Q2005	16	10	8	8	8	57
1Q2006	16	16	16	16	16	57
2Q2006	17	14	14	14	14	56
3Q2006	15	12	11	11	11	56
1Q2007	19	15	15	15	15	58
2Q2007	16	8	8	8	8	60
3Q2007	14	13	12	12	12	63
1Q2008	15	11	11	11	11	64
2Q2008	15	11	11	11	11	66
3Q2008	19	13	11	11	11	66
Média	15,88	13,09	12,63	12,63	12,63	56,00

Apêndice D – INFORMAÇÕES SOBRE OS 29 FUNDOS DE INVESTIMENTO CLASSIFICADOS COMO IBOVESPA ATIVO

Nome	Administrador	Gestão	Gestor	Taxa de Adm.	Início do Fundo	Patrimônio Líquido
BANCO DO NORDESTE FI AÇÕES	Banco do Nordeste do Brasil	Banco do Nordeste do Brasil	João Emilio Gazzana	3,50%	04/06/1991	R\$ 7.433.489
BANIF NITOR FIC AÇÕES	Banif Banco de Investimento	Banif Nitor Asset Management	Fábio Concílio Cesar	0,50%	01/01/1980	R\$ 359.494
BANRISUL ÍNDICE FI AÇÕES	Banrisul Corretora	Banrisul Corretora	Helena Biasotto	4,00%	01/10/1997	R\$ 12.095.498
BB IBOVESPA ATIVO FIC AÇÕES	BB Gestão de Recursos DTVM	BB Gestão de Recursos DTVM	Rubens da Fonseca M. Monteiro	3,00%	02/10/1995	R\$ 55.219.811
BRADESCO IBOVESPA ATIVO FIC AÇÕES	Banco Bradesco	Bradesco Asset Management	Herculano Anibal Alves	4,00%	06/01/1998	R\$ 81.207.355
BRADESCO SUPER AÇÃO FI AÇÕES	Banco Bradesco	Bradesco Asset Management	Herculano Anibal Alves	0,80%	18/04/1994	R\$ 46.949.221
ELITE FI AÇÕES	Elite Corretora	Elite Corretora	Werner Hoffman	4,00%	01/01/1980	R\$ 4.094.839
FAMA CHALLENGER FIC AÇÕES	BNY Mellon Serviços Financeiros	Fama Investimentos	Fabio Alperowitch	2,00%	21/03/1995	R\$ 36.236.083
FATOR INSTITUCIONAL FI AÇÕES	Banco Fator	Fator Administração de Recursos	Roseli Machado	0,40%	27/01/1997	R\$ 34.672.975
FIBRA VIC FI AÇÕES	Fibra Asset Management	Fibra Asset Management	Mário Luís da Cruz Salvador	2,50%	01/04/1997	R\$ 912.241
HSBC FIC AÇÕES	HSBC Bank Brasil	HSBC Global Asset Management	Eduardo Favrin	2,50%	09/02/1988	R\$ 35.725.059
ITAÚ INSTITUCIONAL IBOVESPA ATIVO FI AÇÕES	Banco Itaucard	Banco Itaú	Walter Mendes de O. Filho	0,90%	02/05/1997	R\$ 14.650.277
ITAÚ PRIVATE ATIVO FI AÇÕES	Banco Itaucard	Banco Itaú	Walter Mendes de O. Filho	2,00%	04/04/1994	R\$ 28.872.294
ITAÚ PRIVATE EXPERTISE FIC AÇÕES	Banco Itaucard	Banco Itaú	Walter Mendes de O. Filho	0,00%	28/02/1997	R\$ 3.641.245
LEGG MASON PRIVATE FOCUS FIC AÇÕES	Legg Mason	Legg Mason	Fabio Motta	4,00%	18/09/1997	R\$ 5.294.883
LEGG MASON SILVER IBOVESPA ATIVO FIC AÇÕES	Legg Mason	Legg Mason	Fabio Motta	6,00%	18/09/1997	R\$ 26.305.531
LUXOR FI AÇÕES	Banco Itaucard	Banco Itaú	Carlos Henrique Mussolini	0,10%	26/03/1997	R\$ 71.240.304
PREVIDÊNCIA B FI AÇÕES	UBS Pactual Serviços Financeiros	UBS Pactual Gestora de Recursos	Marcelo Mesquita de S. Oliveira	0,10%	01/04/1997	R\$ 10.649.922
REAL ATIVO I FIC AÇÕES	Banco ABN Amro Real	ABN Amro Asset Management	Eduardo Alves de Castro	0,60%	01/09/1993	R\$ 143.295.858
REAL INSTITUCIONAL FI AÇÕES	Banco ABN Amro Real	ABN Amro Asset Management	Eduardo Alves de Castro	1,00%	23/12/1996	R\$ 30.604.668
REAL PLUS FIC AÇÕES	Banco ABN Amro Real	ABN Amro Asset Management	Eduardo Alves de Castro	4,00%	01/10/1993	R\$ 10.805.848
SAFRA ACOES FI AÇÕES	Safra Asset Management	Safra Asset Management	Márcio Appel	3,75%	24/06/1969	R\$ 38.333.979
SANTANDER FI AÇÕES	Santander Asset Management	Santander Asset Management	Luciane Ribeiro	4,00%	01/01/1980	R\$ 85.949.222
SANTANDER ÔNIX FIC AÇÕES I	Santander Asset Management	Santander Asset Management	Luciane Ribeiro	2,50%	23/06/1972	R\$ 40.638.113
SLW FI AÇÕES	SLW Corretora	SLW Corretora	Peter Thomas Grunbaum Weiss	4,00%	08/08/1994	R\$ 3.574.081
UBS PACTUAL ITAPOÃ FI AÇÕES	UBS Pactual Serviços Financeiros	UBS Pactual Gestora de Recursos	Marcelo Mesquita de S. Oliveira	0,30%	22/12/1997	R\$ 36.334.867
UNIBANCO BLUE FI AÇÕES	Unibanco	Unibanco Asset Management	Ronaldo Patah	5,00%	17/09/1986	R\$ 96.751.298
UNIBANCO PREVIDÊNCIA IBOVESPA FI AÇÕES	Unibanco	Unibanco Asset Management	Ronaldo Patah	0,00%	02/01/1996	R\$ 29.853.451
VOTORANTIM FI AÇÕES	Votorantim Asset Management	Votorantim Asset Management	Sandra Cristina Petrovsky	2,00%	03/08/1992	R\$ 20.098.582

Fonte: Quantum Axis

Apêndice E – INFORMAÇÕES SOBRE OS 9 FUNDOS DE INVESTIMENTO CLASSIFICADOS COMO IBOVESPA INDEXADO

Nome	Administrador	Gestão	Gestor	Taxa de Adm.	Início do Fundo	Patrimônio Líquido
BB INDEXADO IBOVESPA FIC AÇÕES	BB Gestão de Recursos DTVM	BB Gestão de Recursos DTVM	Rubens da Fonseca M. Monteiro	3,00%	21/12/1993	R\$ 204.189.343
BICBANCO STOCK INDEX FI AÇÕES	Banco Industrial e Comercial	Banco Industrial e Comercial	Eduardo Austregesilo	1,50%	23/05/1997	R\$ 1.515.510
BRADESCO INDEXADO IBOVESPA FIC AÇÕES	Banco Bradesco	Bradesco Asset Management	Herculano Anibal Alves	4,00%	01/03/1994	R\$ 85.406.840
CAIXA IBOVESPA FI AÇÕES	Caixa Econômica Federal	Caixa Econômica Federal	Marcelo de Jesus	4,00%	15/01/1997	R\$ 120.979.350
CREDIT SUISSE INDEX IBOVESPA FI AÇÕES	Banco de Investimento Credit Suisse	Credit Suisse Asset Management	Glauco Bronz Cavalcanti	1,00%	08/09/1997	R\$ 3.413.773
HSBC TOP FI AÇÕES	HSBC Bank Brasil	HSBC Global Asset Management	Eduardo Favrin	2,50%	28/01/1994	R\$ 75.801.888
ITAÚ ÍNDICE IBOVESPA FIC AÇÕES	Banco Itaucard	Itaú Unibanco	Walter Mendes de O. Filho	3,00%	28/05/1996	R\$ 60.360.075
ITAÚ PERSONNALITÉ MARCHÉ IBOVESPA FIC AÇÕES	Banco Itaucard	Itaú Unibanco	Walter Mendes de O. Filho	2,00%	07/07/1992	R\$ 140.188.243
SAFRA INDICIAL FI AÇÕES	Safra Asset Management	Safra Asset Management	Márcio Appel	2,00%	16/04/1997	R\$ 16.279.687

Fonte: Quantum Axis

Apêndice F – RETORNO ACUMULADO, RETORNO MÉDIO DIÁRIO E RISCO IBOVESPA AJUSTADO E DE 9 FUNDOS DE INVESTIMENTOS, DE 1998 ATÉ 2008

Nome	Retorno Acumulado (%)	Retorno Médio Diário (%)	Risco (%)	Rho de Spearman
IBOVESPA (-2% a.a.)	175,9054	0,0384	2,3574	1,000
BB INDEXADO IBOVESPA FIC AÇÕES	116,9636	0,0293	2,9310	0,777
BICBANCO STOCK INDEX FI AÇÕES	96,9519	0,0256	2,5648	0,731
BRDESCO INDEXADO IBOVESPA FIC AÇÕES	94,1561	0,0251	2,5107	0,761
CAIXA IBOVESPA FI AÇÕES	121,6664	0,0301	3,0122	0,770
CREDIT SUISSE INDEX IBOVESPA FI AÇÕES	211,6049	0,0430	4,3012	0,799
HSBC TOP FI AÇÕES	156,7278	0,0357	3,5680	0,788
ITAÚ ÍNDICE IBOVESPA FIC AÇÕES	155,2140	0,0355	3,5456	0,794
ITAÚ PERSONNALITÉ MARCHÉ IBOVESPA FIC AÇÕES	177,8422	0,0387	3,8671	0,786
SAFRA INDICIAL FI AÇÕES	160,1056	0,0362	3,6174	0,767

Apêndice G – RETORNO ACUMULADO, DE 1998 ATÉ 2008, E RISCO DO BOM 10%, IBOVESPA E DE 29 FUNDOS DE INVESTIMENTOS.

Nome	Retorno Acumulado (%)	Retorno Médio Diário (%)	Risco (%)	Ranking Retorno	Ranking Risco
BOM 10%	555,7595	0,0712	1,6497	1	1
IBOVESPA (-2% a.a.)	175,9054	0,0384	2,3574	19	31
BANCO DO NORDESTE FI AÇÕES	183,8143	0,0395	1,9956	17	13
BANIF NITOR FIC AÇÕES	124,8009	0,0307	1,9760	25	12
BANRISUL ÍNDICE FI AÇÕES	195,4730	0,0410	2,1344	16	30
BB IBOVESPA ATIVO FIC AÇÕES	103,3883	0,0269	2,0869	28	22
BRADESCO IBOVESPA ATIVO FIC AÇÕES	363,6007	0,0581	2,0715	7	20
BRADESCO SUPER AÇÃO FI AÇÕES	123,5891	0,0304	2,1224	26	29
ELITE FI AÇÕES	425,4370	0,0628	1,7413	4	3
FAMA CHALLENGER FIC AÇÕES	482,2280	0,0667	1,6740	2	2
FATOR INSTITUCIONAL FI AÇÕES	333,9685	0,0556	2,0037	10	14
FIBRA VIC FI AÇÕES	335,8415	0,0557	1,8285	9	6
HSBC FIC AÇÕES	154,1125	0,0353	2,1002	22	23
ITAÚ INSTITUCIONAL IBOVESPA ATIVO FI AÇÕES	329,2438	0,0551	2,1095	11	25
ITAÚ PRIVATE ATIVO FI AÇÕES	314,6090	0,0538	2,1134	13	28
ITAÚ PRIVATE EXPERTISE FIC AÇÕES	443,7085	0,0641	1,8200	3	5
LEGG MASON PRIVATE FOCUS FIC AÇÕES	196,8630	0,0412	2,1127	15	27
LEGG MASON SILVER IBOVESPA ATIVO FIC AÇÕES	141,8285	0,0334	2,1123	24	26
LUXOR FI AÇÕES	410,9323	0,0617	1,8297	5	7
PREVIDÊNCIA B FI AÇÕES	335,9038	0,0557	1,8129	8	4
REAL ATIVO I FIC AÇÕES	321,4843	0,0544	2,0096	12	15
REAL INSTITUCIONAL FI AÇÕES	389,7611	0,0601	2,0637	6	19
REAL PLUS FIC AÇÕES	163,2791	0,0366	2,0192	20	17
SAFRA ACOES FI AÇÕES	157,2744	0,0358	1,9538	21	11
SANTANDER FI AÇÕES	224,8379	0,0446	2,0148	14	16
SANTANDER ÔNIX FIC AÇÕES I	86,4209	0,0236	2,0862	30	21
SLW FI AÇÕES	73,3650	0,0208	1,9511	31	9
UBS PACTUAL ITAPOÃ FI AÇÕES	111,0402	0,0283	1,9462	27	8
UNIBANCO BLUE FI AÇÕES	96,5712	0,0256	2,0195	29	18
UNIBANCO PREVIDÊNCIA IBOVESPA FI AÇÕES	150,3521	0,0347	1,9535	23	10
VOTORANTIM FI AÇÕES	182,4437	0,0393	2,1010	18	24