

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO COPPEAD DE ADMINISTRAÇÃO

**THEO KATZ BATTAGLIA**

DESEMPENHO DE CARTEIRAS 1/N SELECIONADAS ALEATORIAMENTE

RIO DE JANEIRO

2013

Theo Katz Battaglia

## DESEMPENHO DE CARTEIRAS 1/N SELECIONADAS ALEATORIAMENTE

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Administração, Instituto COPPEAD de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Administração.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Pereira Câmara Leal

RIO DE JANEIRO

2013

Battaglia, Theo Katz.

Desempenho de carteiras 1/N selecionadas aleatoriamente / Theo Katz Battaglia. -- Rio de Janeiro: UFRJ, 2013.  
60 f.; 31 cm.

Orientador: Ricardo Pereira Câmara Leal.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto COPPEAD de Administração, 2013.

1. Administração financeira. 2. Administração – Teses. I. Leal, Ricardo Pereira Câmara. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto COPPEAD de Administração. III. Título.

658.15

Theo Katz Battaglia

## Desempenho de Carteiras 1/N Selecionadas Aleatoriamente

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós Graduação em Administração, instituto COPPEAD de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Administração

Aprovada por:

\_\_\_\_\_ Orientador

Prof. Ricardo Pereira Câmara Leal, D. Sc. - COPPEAD/UFRJ

\_\_\_\_\_

Prof<sup>a</sup>. Beatriz Vaz de Melo Mendes, Ph.D. - COPPEAD/UFRJ

\_\_\_\_\_

Prof. Antonio Carlos Figueiredo Pinto, D.Sc. - PUC-RIO

RIO DE JANEIRO

2013

Essa dissertação é dedicada ao meu avô, Geraldo Katz.

Gostaria de agradecer a todos que me ajudaram na decisão de fazer o mestrado, mas principalmente à três ex-COPPEAD que foram decisivos nesta escolha: Andre Zajdenweber, Fernando Carvalho e Fernando Villela.

Gostaria de agradecer também à minha namorada, Giovanna Pate, pela paciência e aos meus pais, Rosa Katz e Wagner Costa Battaglia, pelo apoio e suporte durante esses mais de dois anos.

Não poderia deixar de agradecer também a todos que me ajudaram nesta jornada: meu orientador, Ricardo Leal; todos os professores e profissionais da COPPEAD; colegas de classe e amigos.

## RESUMO

BATTAGLIA, Theo Katz. **Desempenho de Carteiras 1/N Seleccionadas Aleatoriamente**. Dissertação (Mestrado em Administração) – Instituto COPPEAD de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

O objetivo deste trabalho é verificar se um investidor individual não profissional (sem informação) poderia alcançar resultados comparáveis aos obtidos por gestores profissionais. Para isso, o investidor sem informação foi representado por 500 carteiras diferentes formadas aleatoriamente utilizando a estratégia de alocação 1/n (CA), cada uma composta de 10 ativos e rebalanceadas a cada três meses, enquanto o gestor profissional foi representado por 224 fundos de investimento em ações (FIAs). O prazo de investimento considerado foi de 60 meses. Para comparação, o investimento em ativos individuais (AIs) também foi considerado, assim como em um índice de ações. Os resultados permitem concluir que um investidor sem informação que selecionasse uma carteira aleatória de 10 ativos e rebalanceamento trimestral teria maior probabilidade de obter resultados melhores do que se escolhesse um FIA ou ativo individual aleatoriamente. Os testes de robustez não indicaram que a quantidade de ativos na CA ou seu intervalo de rebalanceamento tenham efeitos significativos.

.

Palavras-chave: Gestão de carteiras. Carteiras seleccionadas aleatoriamente. Estratégia de investimento 1/N.

## ABSTRACT

BATTAGLIA, Theo Katz. **Desempenho de Carteiras 1/N Seleccionadas Aleatoriamente**. Dissertação (Mestrado em Administração) – Instituto COPPEAD de Administração. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2013.

The objective of this essay is to verify if a non professional individual investor (uninformed) could achieve results comparable to the ones obtained by professional investors. In order to do that, the uninformed investor was represented by 500 different portfolios randomly selected using the 1/n allocation strategy (CA), each composed by 10 stocks and rebalanced every three months, while the professional manager was represented by 224 stock funds (FIAs). The investment horizon considered was 60 months. Comparatively, the investment in individual stocks (AIs) was also considered, as well as a stock index. The results allow the conclusion that an uninformed investor that selected a random portfolio of 10 stocks rebalanced every three months would have a better probability of achieving better results than by randomly choosing a FIA or individual stock. The robustness tests did not indicate that the quantity of assets in the CAs or its rebalance frequency had significant effects.

Keywords: Portfolio management. Randomly selected portfolios. 1/N Investment strategy.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Retorno líquido acumulado máximo, mediano e mínimo de um investimento em FIAs e retorno líquido acumulado do IBrX-50.....	29
Figura 2 - Histograma dos retornos médios líquidos anualizados para 221 FIAs.....	30
Figura 3 – Histograma dos retornos médios líquidos anualizados para 50 ativos individuais	31
Figura 4 – Retorno líquido acumulado máximo, mediano e mínimo de um investimento em carteiras de 10 ações com rebalanceamento trimestral e retorno líquido acumulado do IBrX-50 .....	34
Figura 5 – Gráfico de caixa e bigode (“Box-Whisker”) para os retornos médios líquidos das carteiras ingênuas aleatórias com 10 ações e rebalanceamento trimestral (CAs), FIAs e ativos individuais (AIs) .....	36
Figura 6 – Gráfico de caixa e bigode (“Box-Whisker”) para os desvios-padrão dos retornos das carteiras ingênuas aleatórias com 10 ações e rebalanceamento trimestral (CAs), FIAs e ativos individuais (AIs) .....	37
Figura 7 - Gráfico de caixa e bigode (“Box-Whisker”) para os quocientes retorno/risco das carteiras ingênuas aleatórias com 10 ações e rebalanceamento trimestral (CAs), FIAs e ativos individuais (AIs) .....	37
Figura 8 - Gráfico de caixa e bigode (“Box-Whisker”) do equivalente de certeza de retorno modificado (ECRM) com coeficiente de aversão a risco igual a 1 ( $\gamma=1$ ) das carteiras ingênuas aleatórias com 10 ações e rebalanceamento trimestral (CAs), FIAs e ativos individuais (AIs).....	38

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Indicadores de desempenho de 221 FIAs selecionados.....	28
Tabela 2: Indicadores de desempenho para os 50 ativos individuais que compunham o IBrX-50 em janeiro de 2007. ....	31
Tabela 3: Indicadores de desempenho para 500 carteiras aleatórias com 10 ações, rebalanceamento trimestral e custo de transação de 1,22%.....	33
Tabela 4: Estatísticas descritivas selecionadas para indicadores de retorno e risco das carteiras ingênuas aleatórias com 10 ações e rebalanceamento trimestral (CA), FIAs e ativos individuais.....	35
Tabela 5: Resultados do teste de Mann-Whitney unicaudal comparando os indicadores de desempenho das alternativas de investimento analisadas com as carteiras aleatórias.....	40
Tabela 6: Indicadores de desempenho para FIAs segregados em varejo e independentes. ....	41
Tabela 7: Estatísticas descritivas selecionadas para indicadores de retorno e risco de 500 carteiras ingênuas aleatórias com quantidades de ativos diversas (N) e rebalanceamento trimestral (CA), FIAs e ativos individuais (AIs) .....	43
Tabela 8: Estatísticas descritivas selecionadas para indicadores de retorno e risco de 500 carteiras ingênuas aleatórias com períodos de rebalanceamento diversos e 10 ações (CA), FIAs e ativos individuais (AIs) .....	44

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	11
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	13
3 METODOLOGIA .....	22
3.1 Formação das carteiras.....	22
3.2 Avaliação de desempenho das carteiras .....	24
3.3 Custos de transação .....	26
3.4 Fundos de Investimentos em Ações (FIAs) .....	27
3.5 Desempenho dos FIAs .....	28
3.6 Comparação do desempenho da estratégia 1/n com os FIAs.....	30
3.7 Comparação com ativos individuais .....	30
4 RESULTADOS .....	32
4.1 Desempenho das Carteiras Aleatórias .....	32
4.2 Comparação entre o Desempenho das Carteiras Aleatórias e das Gerenciadas.....	34
4.3 Testes de Robustez .....	41
4.3.1 Quantidade de ativos .....	41
4.3.2 Intervalo de rebalanceamento.....	43
5 CONCLUSÕES, COMENTÁRIOS FINAIS E SUGESTÕES PARA NOVOS ESTUDOS ...	45
5.1 Limitações e Sugestões para estudos Futuros .....	45
6 BIBLIOGRAFIA.....	48
Apêndice 1 – Índice IBRx50 em Janeiro de 2007 e Ajustes .....	50
Apêndice 2 – Detalhamento dos Ajustes.....	52
Apêndice 3 – FIAs Analisados .....	54

## 1 INTRODUÇÃO

Este trabalho se ocupa com a decisão de investimento do investidor individual ou não profissional ao avaliar algumas opções que possui para alocar seus recursos ao investir em ações. De forma ampla, podemos classificar as opções de investimento em duas classes: investimentos na economia real (ex.: imóveis, terras, comércio, mercadorias, etc.) ou no mercado financeiro. Os investimentos no mercado financeiro, por sua vez, podem ser divididos em duas grandes classes, renda fixa (títulos públicos, debêntures e títulos de dívida em geral) e renda variável (ações, fundos imobiliários e de commodities, opções, etc.).

A taxa de juro básica da economia brasileira era considerada mais alta do que a de outras economias de grande porte, o que vinha favorecendo investimentos em ativos de renda fixa. Em todo o mundo, cerca de 24% dos recursos estavam investidos em fundos representativos da categoria de renda fixa de médio e longo prazo (“bonds”), 16% em fundos de renda fixa de curto prazo (“money market”), 37% em fundos exclusivos de ações, 11% em fundos mistos e 12% em outros fundos. A distribuição dos fundos segundo os tipos de ativos no Brasil era diferente, sendo 61% alocados em fundos de renda fixa de curto e longo prazos e apenas 10% em fundos de ações, com o restante em fundos mistos (22%) e outros fundos (7%). O Brasil aparece como quarto maior mercado de fundos de investimentos com 5,5% dos ativos mundiais, após os EUA (49,3%), Luxemburgo (8,8%) e Austrália (5,7%), segundo a European Fund and Asset Management Association – EFAMA (2013).

A taxa de juros brasileira caiu e aproximou-se das taxas dos países desenvolvidos nos últimos anos. A menor remuneração e atratividade da renda fixa em relação à renda variável no país talvez alinhe a alocação de recursos no Brasil com a do resto do mundo se houver uma consequente migração de recursos de instrumentos de renda fixa para a renda variável (THOMAZ, 2013).

Neste contexto, o investidor que deseje migrar da renda fixa para a renda variável tem como uma de suas opções o investimento em ações que pode ser feito pela compra direta das ações ou por meio de um fundo de investimento em ações (FIA). Os pequenos investidores podem ter melhor acesso às alternativas de investimento, à gestão profissional e a custos de transação menores por meio dos

fundos de investimento. Contudo, os investidores arcam com as taxas de administração cobradas pelos fundos para auferirem benefícios. A taxa mediana de administração dos fundos de investimento em ações brasileiros era de cerca de 2,5% para clientes de varejo em dezembro de 2012 (Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais – ANBIMA, 2012). Assim, o investidor interessado em aplicar seus recursos em ações estaria diante de uma escolha entre a gestão profissional e seus custos ou fazer sozinho a gestão da sua carteira, abrindo mão das potenciais vantagens da gestão profissional.

O objetivo deste trabalho é verificar se investidores não profissionais ou individuais poderiam alcançar resultados comparáveis aos obtidos por gestores profissionais. Para isso, as decisões de investimento dos investidores não profissionais serão representadas por carteiras ingênuas em que o peso de cada ativo participante é igual quando da alocação inicial e os ativos são selecionados aleatoriamente a partir de um universo de ações líquidas para vários tamanhos de carteira e períodos de rebalanceamento. O desempenho das carteiras ingênuas será comparado com o de FIAs selecionados.

Thomé Neto, Leal e Almeida (2011) concluíram que o desempenho de carteiras  $1/n$  equivalia àquele de carteiras de mínima variância global com pesos positivos limitados a 10% sem atingir, contudo, significância estatística. Santos e Tessari (2012), por outro lado, afirmam que técnicas mais sofisticadas de formação de carteiras apresentam desempenho superior ao da carteira  $1/n$ . Santos e Tessari (2012) usaram um período bem mais curto do que Thomé Neto, Leal e Almeida (2011) e mais ações e seus resultados podem não ser diretamente comparáveis, deixando a questão de possíveis vantagens das carteiras  $1/n$  em aberto para o Brasil. Este trabalho almeja contribuir para este tema ao ampliar a análise sobre as carteiras  $1/n$ , verificando seu mérito comparado ao desempenho de carteiras com gestão profissional.

O trabalho prossegue com uma revisão bibliográfica na seção 2. A seção 3 apresenta a metodologia empregada. A seção 4 discute os resultados obtidos e os testes de robustez e a seção 5 oferece as conclusões, comentários finais e sugestões para novos estudos.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Markowitz (1952) propôs um método de formação de carteiras que minimizaria o risco para determinado retorno que ficou conhecido como maximização de média-variância (MMV) e que se baseia nos retornos esperados dos ativos, na variância dos retornos e na matriz de covariâncias entre estes retornos para determinar, por meio de otimização, os pesos ideais de cada ativo em uma carteira, de forma a minimizar o risco para dado nível retorno.

A moderna teoria de carteiras ou *modern portfolio theory* (MPT), como ficou conhecido o método proposto por Markowitz (1952), trouxe fundamento teórico para o conceito de diversificação, que há muito já era utilizado. Markowitz (1952) argumentou que, se o objetivo do investidor fosse apenas maximizar os retornos esperados, este deveria investir todos os seus recursos no ativo com maior retorno esperado, indo contra o conceito de diversificação. Assim, ao propor que o investidor maximize o retorno para determinado nível de risco, Markowitz (1952) estabeleceu um fundamento teórico para a diversificação. A MMV, apesar de seu enorme sucesso, rendendo inclusive o prêmio Nobel ao seu criador, apresenta problemas e dificuldades de implementação, detalhados por Michaud (1989), entre outros.

A MPT presume que todos os investidores são maximizadores de média-variância, o que não é realista, e que eles conhecem seu grau de aversão a risco para escolher sua carteira eficiente, o que pode ser difícil na prática. Os resultados da MMV podem depender do prazo do investimento. Como os retornos são compostos, uma carteira de maior risco pode se tornar mais atraente no longo prazo do que uma de menor risco (FABOZZI; GUPTA; MARKOWITZ, 2002). A dificuldade na estimação dos parâmetros de entrada do modelo é um dos principais desafios para o uso da MMV. O cálculo da fronteira eficiente por meio da MMV necessita de poucos parâmetros, os retornos esperados dos ativos, a variância destes retornos e a matriz de covariância entre os retornos dos ativos, estimá-los, porém, não é tarefa simples, pois são necessárias previsões, que sempre são difíceis de se fazer, tanto que Markowitz (1952) começa e termina seu trabalho deixando claro que não irá tratar este problema (MICHAUD, 1989).

A MMV também supõe que os retornos são normalmente distribuídos e, assim, seria possível descrever sua distribuição completamente usando apenas sua

média e desvio padrão. Porém, no caso em que os retornos não são normalmente distribuídos, outros parâmetros podem ser necessários para descrever a distribuição e esta informação não é utilizada no modelo clássico de Markowitz (MANDELBROT, 1963; RIBEIRO; LEAL, 2002; LOVISOLO; LEAL, 2010).

Sendo assim, o investidor não profissional deve superar diversas dificuldades a fim de selecionar sua carteira de acordo com a MMV. Contudo, existem estratégias simples para a seleção de carteiras que podem oferecer uma alternativa interessante. Este trabalho irá se concentrar na carteira 1/n. Outras estratégias, tal como a carteira de mínima variância global (*global minimum variance portfolio – MVP*), que também poderia ser uma alternativa para este tipo de investidor, foi analisada por Thomé Neto, Leal e Almeida (2011). Tal estratégia procura combinar os ativos segundo a MMV e tomar a carteira eficiente que tenha a menor variância entre todas as carteiras eficientes possíveis, a MVP. A MVP apresenta algumas vantagens em relação às demais carteiras, pois seus pesos não dependem dos retornos esperados, além de ser a carteira eficiente mais conservadora. Thomé Neto, Leal e Almeida (2011), todavia, concluem que o desempenho da MVP é próximo daquele apresentado por uma carteira 1/n formada pelos mesmos ativos selecionados para a MVP por meio da MMV. As conclusões destes autores motivaram que se examinassem as carteiras 1/n em maior detalhe neste trabalho.

Simonson (1990) verificou que os indivíduos apresentam uma tendência a diversificar ao realizar escolhas simultâneas de bens para consumo futuro, o viés da diversificação, mais do que se as escolhas fossem feitas para consumo imediato. O autor argumenta que as origens de tal viés estariam na proteção contra o risco de uma escolha errada, na falta de certeza sobre as preferências futuras e na dificuldade de tomar decisões. Logo, trazendo estes motivos para o problema de seleção de carteiras, temos a diversificação como proteção contra a variância dos retornos futuros (risco) em um contexto complexo de tomada de decisão. Bernatzi e Thaler (2001) constataram que adultos selecionando fundos de investimento para a aposentadoria dividem suas contribuições igualmente entre os fundos oferecidos por seu empregador e que a quantidade de fundos de ações selecionados é proporcional à quantidade destes fundos oferecidas pelo empregador. Aparentemente, os investidores têm um viés pela diversificação 1/n. A estratégia 1/n seria a escolha natural para investidores não profissionais se imaginarmos a seleção

de carteira como uma seleção simultânea de diversos bens para consumo futuro (realização dos lucros).

Recentemente, diversos estudos comparam o desempenho da carteira  $1/n$  com outras estratégias de alocação em diversas situações, empregando diferentes premissas e para diferentes mercados. DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) analisaram o desempenho de 14 estratégias de seleção de carteiras comparados aos da carteira  $1/n$ . Além da otimização clássica, que ignora o erro de estimação dos parâmetros, foram consideradas três estratégias com tratamento Bayesiano ao erro de estimação, três estratégias com restrições de momentos, quatro estratégias com restrição nas carteiras e combinações otimizadas de carteiras. A estratégia  $1/n$  apresentou desempenho superior segundo os três critérios adotados (índice de Sharpe, equivalente de certeza e *turnover*).

A fim de determinar porque a otimização clássica apresentou desempenho inferior à estratégia  $1/n$ , DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) derivam uma expressão analítica que correlaciona o universo de ativos ( $n$ ) e a janela de estimação ( $M$ ), entre outros fatores, com o desempenho das carteiras e chegam à conclusão de que quanto maior  $n$ , maior deverá ser  $M$  para que a média-variância supere o desempenho de  $1/n$ . Por exemplo, para 50 ativos, seria necessária uma janela de estimação dos parâmetros de 6.000 meses. DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) também realizam diversos testes de robustez, incluindo o tamanho da janela de estimação dos parâmetros, o intervalo entre os rebalanceamentos e a opção de investir também no ativo livre de risco e encontram que a estratégia  $1/n$  continua com o melhor desempenho em todas as situações. A partir de seus resultados, chega-se à conclusão que, apesar dos avanços nas técnicas de otimização de carteiras, as técnicas de estimação dos parâmetros ainda precisam de melhorias, que a estratégia  $1/n$  deveria ser um dos *benchmarks* para estudos de desempenho de carteiras e que a utilização de informações da amostra em decisões de alocação, pode não agregar valor. Duchin e Levy (2009) encontram que o desempenho de carteiras  $1/n$  com até 25 ativos é melhor do que o da otimização, corroborando os resultados de DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009). Eles lembram que, há mais de 1500 anos, o Talmude já indicava a estratégia  $1/n$ , sugerindo uma alocação de  $1/3$  da riqueza em terras,  $1/3$  em mercadorias e  $1/3$  em dinheiro vivo.



Contudo, os resultados recentes e favoráveis a carteiras  $1/n$  não ficaram muito tempo sem ser contestados. Kritzman, Page e Turkington (2010) reconhecem que a carteira  $1/n$  tem diversas características positivas, como evitar posições concentradas e vender ações na alta e comprar na baixa quando do rebalanceamento. Contudo, eles defendem os métodos baseados na otimização e afirmam que eles deveriam ter desempenho superior porque seria melhor usar alguma informação da amostra, mesmo que ela não seja muito confiável, do que ignorá-la totalmente. Os autores acreditam que o fraco desempenho da otimização em estudos anteriores é consequência do emprego de janelas de estimação muito curtas, como sugerido por DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009). Assim, em testes com janelas de estimação mais longas, eles obtêm resultados contrários aos de DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) e Dunchin e Levy (2009). Kritzman, Page e Turkington (2010) também afirmam e verificam empiricamente que parâmetros estimados a partir de julgamento podem levar a desempenho superior.

Tu e Zhou (2011) também reconhecem as propriedades positivas da estratégia  $1/n$  e verificam se sua combinação com outras estratégias derivadas da teoria financeira melhoraria seu desempenho. Os autores afirmam que estratégias combinadas poderiam alcançar desempenho superior e se assemelham a estimadores de *shrinkage* (encolhimento) com a regra  $1/n$  como meta. Esse método busca um meio termo entre o viés de métodos *ad hoc* como o  $1/n$  e a variância que ocorre com métodos derivados da teoria, como a MMV. A meta *ad hoc* ( $1/n$ ) não apresenta variância, pois o peso ( $n$ ) é uma constante, mas é enviesada, pois não faz uso das informações na amostra para determinar os pesos, enquanto técnicas sofisticadas derivadas da teoria, não são enviesadas assintoticamente, porém apresentam alta variância para amostras pequenas decorrente do problema dos erros nas estimativas. Assim, os autores combinam os pesos de cada ativo em um carteira, determinados pela estratégia  $1/n$ , com os pesos que seriam determinados por quatro diferentes estratégias baseadas na MMV e derivadas da teoria.

Aplicando as estratégias em séries de retornos simuladas e considerando a utilidade esperada como indicador de desempenho, os autores relatam que, para uma aversão ao risco ( $\gamma$ , letra grega gama) igual a 3, as regras combinadas tiveram um desempenho melhor do que as estratégias aplicadas sozinhas, porém pior do que a estratégia  $1/n$ , nos diversos horizontes de tempo testados. Já com  $\gamma=1$ , a

estratégia  $1/n$  só obteve desempenho melhor do que as outras estratégias com o menor horizonte de tempo testado (120 períodos). Porém, de forma geral, as regras combinadas, assim como a  $1/n$ , tiveram desempenho melhor do que as regras sozinhas. Já nos testes com dados empíricos, agora utilizando o equivalente de certeza como indicador de desempenho, as regras combinadas dominaram a estratégia  $1/n$  e as estratégias sozinhas, sendo que estas apresentaram diversos resultados negativos, o que seria consequência do erro de estimação dos parâmetros. A partir destes resultados, os autores concluem que estratégias baseadas na teoria de investimento têm seu valor e que este pode ser alavancado ao se combinar tais estratégias com a estratégia  $1/n$ . Por outro lado, as estratégias empregadas são sofisticadas e talvez fora do alcance da maioria dos investidores e gestores profissionais, o que mantém o mérito da estratégia ingênua.

Kirby e Ostidiek (2012) também criticam o trabalho de DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) e avaliam que ele deixa dois desafios aos pesquisadores: entender porque neste estudo a MMV tem desempenho tão fraco e desenvolver melhores procedimentos para utilizar as informações de média e variância em problemas de carteiras. Com relação ao primeiro desafio, os autores argumentam DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) miram na MMV em retornos muito agressivos, o que amplifica o risco de estimação e o giro da carteira, piorando seu desempenho quando medido pelo índice de Sharpe e equivalentes de certeza. Os autores argumentam ainda que, caso os retornos alvo fossem os da estratégia  $1/n$ , o desempenho da MMV seria superior a tal estratégia, o que verificam com testes empíricos, quando não são considerados custos de transação, porém tal resultado não se mantém na presença destes custos.

Com relação ao segundo desafio, os autores desenvolvem duas estratégias de alocação, onde os pesos dos ativos são baseados nos retornos esperados condicionais, na volatilidade condicional destes retornos e em um parâmetro de ajuste para controlar o giro da carteira. Tais estratégias teriam as mesmas características positivas de  $1/n$ , isto é, sem otimização, sem inversão da matriz de covariância e sem vendas a descoberto, porém incorporariam informações de risco e retorno da amostra e poderiam ser interpretadas como regras de *timing* baseadas na literatura sobre alocação de recursos na presença de erro de estimação e restrições nas posições das carteiras. As duas estratégias propostas pelos autores são

chamadas de *Volatility Timing* (VT) e *Reward to Risk Timing* (RRT). Na primeira, as carteiras são rebalanceadas com base somente nas mudanças na volatilidade condicional estimada dos retornos, controlando a agressividade do *timing* por um parâmetro que permite manter o giro baixo. Na segunda, as carteiras são rebalanceadas com base somente nas mudanças na razão recompensa-risco estimada dos ativos. Nos testes empíricos, mesmo utilizando estimadores ineficientes para os retornos e na presença de altos custos de transação, o desempenho de VT e RRT superam  $1/n$ , o que contraria as conclusões de DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009), sugerindo que nas decisões de alocação de carteiras a utilização de informações da amostra pode gerar valor.

Por sua vez, Fletcher (2011) expande o trabalho de DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009), incorporando na comparação com  $1/n$ , duas das estratégias combinadas propostas por Tu e Zhou (2011) além das duas estratégias propostas por Kirby e Ostdiek (2012) (VT e RTT). O autor utiliza o mercado de ações do Reino Unido em seus testes e também considera as estratégias de mínima variância global (MVP), *tangency portfolio* (TP) e *optimal constrained portfolio* (OC), conforme descritas por Kirby e Ostdiek (2012), tendo como alvo para os excessos de retornos esperados os obtidos pela estratégia  $1/n$ . Seus resultados mostram que VT e RTT conseguem desempenho significativamente superior à  $1/n$ , mesmo após os custos de transação, devido ao baixo giro da carteira. Já as estratégias derivadas por Tu e Zhou (2011) apresentam desempenho pouco distinto em relação à  $1/n$ , após os custos de transação, devido ao alto giro da carteira. A MVP e a OC também apresentam desempenho superior à  $1/n$ , porém sensível aos custos de transação. A imposição de restrição a vendas a descoberto faz com que o desempenho da MVP se torne superior à  $1/n$ , porém tal restrição não tem o mesmo efeito em OC. A partir destes resultados, o autor conclui, contrário a DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) e concordando com Tu e Zhou (2011) e Kirby e Ostdiek (2012), que informações da amostra podem agregar valor em decisões de alocação em carteiras.

Mais uma vez, porém, deve-se reconhecer que as estratégias empregadas por Fletcher (2011) demandam sofisticação por parte do investidor. Como o foco deste trabalho está no investidor individual ou no gestor de pequenas carteiras, os trabalhos de Tu e Zhou (2011), Fletcher (2011) e Kirby e Ostdiek (2012) não descartam a estratégia  $1/n$  como desprovida de mérito. Eles apenas reforçam que o

emprego da informação contida na amostra feito por modelos mais sofisticados tem valor.

Andersen e Musajev (2010) repetem os testes de DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) para o mercado dinamarquês a fim de verificar se, neste mercado, modelos baseados na MPT conseguem desempenho superior à carteira 1/n com relação ao índice de Sharpe, equivalente certo e giro, a princípio, sem levar em consideração custos de transação. Os autores comparam os resultados de 1/n com os de oito estratégias diferentes, aplicadas para sete conjuntos empíricos de dados (três conjuntos formados por carteiras de Fama e French, quatro conjuntos formados por ações – sendo um por ações selecionadas pelo múltiplo P/E –, além de quatro conjuntos de dados gerados por meio de simulação de Monte-Carlo) e encontram que o índice de Sharpe e o equivalente certo das carteiras 1/n são, em quase todos os testes, superiores. Como nos testes onde outras estratégias superaram o desempenho de 1/n, as estratégias também apresentaram giro maior e os autores analisaram os resultados levando em consideração os custos de transação. Dentre os quase 50 testes realizados, apenas um supera a carteira 1/n, o que corrobora com os resultados de DeMiguel et. Al. (2009), aumentando o interesse no estudo de carteiras formadas pela estratégia 1/n.

No Brasil, Thomé Neto, Leal e Almeida (2011) buscaram verificar se uma carteira eficiente, com relação a um universo limitado de ações, pode ser uma referência de desempenho superior aos índices tradicionais e, para isso, compararam o desempenho da MVP global com outras carteiras, inclusive gerenciadas. Os autores consideraram em seu trabalho as MVPs com restrição de alocação por ativo de 10%, 25%, 50%, 75%, além da carteira sem restrições. Na comparação com o desempenho do IBOVESPA, Thomé Neto, Leal e Almeida (2011) encontraram que as MVPs superam o índice com relação aos retornos, à variância e ao valor em risco. A carteira com pesos limitados a 10% (MVP10%) apresentou o melhor índice de Sharpe e foi a única com retorno estatisticamente diferente do retorno do IBOVESPA. Esta carteira foi então comparada a 56 fundos que procuram acompanhar o IBOVESPA. Esta análise, por estar sujeita ao viés da sobrevivência, representaria um desafio ainda mais difícil para a MVP10%, que apresenta resultados medianos, superando determinados fundos, em determinados períodos de análise, porém não apresentando resultados consistentes. Comparando a

MVP10% com uma carteira 1/n formada com as mesmas ações, ambas as estratégias resultaram no mesmo índice de Sharpe, porém a 1/n apresenta tanto retorno como variância superiores à MVP10%, sem significância estatística. Os autores admitem que o desempenho de carteiras 1/n pode ser difícil de ser superado, porém ressaltam que este foi um caso especial, onde a carteira foi composta com ações previamente selecionadas pela MMV.

Ainda no Brasil, Santos e Tessari (2012) comparam o desempenho de carteiras selecionadas a partir das estratégias de MMV e MVPs, calculadas com cinco diferentes abordagens para a estimação da matriz de covariância, com carteiras 1/n e com o índice IBOVESPA. Neste trabalho os autores usam os retornos diários de 45 ações, com uma janela de observação de apenas 33 meses e calculam os seguintes indicadores de desempenho: média de excesso de retorno em relação ao ativo livre de risco (CDI diário); desvio padrão do excesso de retorno; índice de Sharpe; giro da carteira e retorno acumulado em excesso ao CDI. Consideram também restrição a vendas a descoberto assim como diferentes frequências de rebalanceamento (diária, semanal e mensal), porém estas, de forma geral, não impactaram os resultados. Contrariando Thomé Neto, Leal e Almeida (2011), os testes de Santos e Tessari (2012) apontam que, independente do método de estimação da matriz de covariância utilizado, as estratégias de otimização atingem índices de Sharpe superiores à carteira 1/n e ao IBOVESPA, sendo que estes dois apresentaram excessos de retornos médios negativos. Tais resultados talvez possam ser explicados pelo período amostra e de rebalanceamento mais curtos e pelo número maior de ativos incluídos na carteira 1/n. Por outro lado, como os ativos incluídos na carteira 1/n usada por Thomé Neto, Leal e Almeida . (2011) são os mesmos da MVP sem restrições sobre os pesos, ela ainda demanda que o investidor conheça a MMV.

Como se vê, as evidências a favor das carteiras 1/n, mesmo no Brasil, ainda não são conclusivas e este trabalho se propõe a contribuir para ampliar esta análise ao verificar se a estratégia 1/n implementada com ativos selecionados de maneira aleatória (o que seria mais representativo do comportamento de um investidor não profissional) para vários tamanhos de carteira e períodos de rebalanceamento apresenta desempenho superior e, ainda, se este desempenho é consistente quando medido em relação a carteiras gerenciadas, que não necessariamente

procuram fazer *tracking* do IBOVESPA. A motivação para este trabalho também é reforçada pelos resultados apresentados por Tu e Zhou (2011), Fletcher (2011) e Kirby e Ostdiek (2012) para métodos sofisticados que, em geral, são desconhecidos ou não estão ao alcance de boa parte dos investidores e gestores de carteiras.

### 3 METODOLOGIA

O desempenho de carteiras  $1/n$  geradas de forma aleatória será comparado com o de FIAs e com o IBrX-50, um índice de ações ponderado por valor apurado pela bolsa brasileira e bem conhecido no país. A vantagem deste índice em relação ao IBOVESPA, índice mais antigo e mais conhecido, é que sempre inclui 50 ações, selecionadas considerando sua liquidez. Esta seção apresenta o procedimento de formação das carteiras ingênuas e de avaliação do desempenho destas carteiras. O procedimento de seleção dos FIAs e algumas estatísticas descritivas a seu respeito também serão apresentadas, assim como a forma em que os custos de transação foram considerados.

#### 3.1 FORMAÇÃO DAS CARTEIRAS

A formação das carteiras ingênuas ( $1/n$ ) aleatórias (CA) simula as decisões de investimento do investidor não profissional e não informado e, assim, deve abordar seis questões básicas: (1) o prazo do investimento; (2) o universo de ações a considerar; (3) a quantidade de ações na carteira ( $n$ ); (4) a escolha das ações que comporão a carteira; (5) a quantidade de recursos alocada em cada ação e (6) a frequência de rebalanceamento.

Como a análise realizada consiste da escolha aleatória de muitas carteiras ingênuas, o prazo de investimento considerado serão os cinco anos anteriores ao início da coleta dos dados. O horizonte de investimento de cinco anos pode ser considerado como de médio para longo para investidores individuais e é compatível para aplicação em ações e ao considerado por Santos e Tessari (2012), por exemplo, para o Brasil. Assim, os dados utilizados representarão o comportamento das ações selecionadas entre janeiro de 2007 e janeiro de 2012 e seus preços de fechamento mensal foram obtidos na base de dados Economática®. O procedimento refletirá o resultado de um investimento com horizonte de cinco anos feitos pelos investidores.

Neste trabalho presume-se que o investidor não profissional considerará apenas as ações mais negociadas como seu universo de ativos. O objetivo é verificar o resultado da estratégia ingênua quando empregada por investidores individuais ou gestores de pequenas carteiras de ações. A premissa de que

considerariam apenas as ações mais líquidas é razoável para este tipo de investidor que pretende rebalancear a carteira periodicamente e que tem na venda das ações e, portanto, na liquidez, uma de suas principais defesas para o mau desempenho. Assim, o universo incluirá as ações mais líquidas negociadas na Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros (BM&FBOVESPA). A fim de simplificar o critério de escolha das ações, ele consistirá das 50 ações que faziam parte da carteira do Índice Brasil 50 (IBrX-50) no primeiro trimestre de 2007. É razoável acreditar que um investidor não informado poderia ter empregado, no momento da aplicação, a carteira do índice como base para montar sua carteira. O apêndice 1 detalha as ações que estavam na carteira do índice na data citada e os ajustes que foram realizados.

Para simular o investidor não profissional, montaremos carteiras com cinco, oito, 10, 12 e 15 ações, pois carteiras com um número maior de ativos geram dificuldades de acompanhamento e contabilização que supomos que tal investidor deseja evitar. Os artigos de Oliveira e Paula (2008) e Ceretta e Costa Jr. (2000) consideram que carteiras com 12 ações captam a maior parte dos benefícios da diversificação no Brasil, enquanto Brito (1989) alega que o mesmo efeito é obtido com carteiras contendo de 8 a 15 ações em um período mais antigo. O caso base que será explorado em detalhe será referente a carteiras com 10 ativos.

A seleção das ações será aleatória para cada carteira uma vez que o investidor não é especialista e presume-se que não adota nenhuma regra informada para a escolha de ativos. Serão geradas 500 carteiras diferentes para cada tamanho de carteira proposto, com ações selecionadas aleatoriamente a partir do universo composto pelas 50 ações constituintes do IBrX-50 vigente no primeiro semestre de 2007.

O montante de recursos inicialmente aplicado em cada ação com a estratégia  $1/n$  é o mesmo, A quantidade inicial investida em cada ação para cada unidade monetária investida ( $q_{0,i}$ ) é dada pela Equação 1, onde  $p_{0,i}$  é o preço de aquisição de cada ação.

$$q_{0,i} = \frac{1}{p_{0,i}} \quad \text{Eq. 1}$$



Os pesos de cada ação obviamente se alteram ao longo do período de aplicação uma vez que elas apresentam retornos diferentes. A carteira deve ser rebalanceada periodicamente para retornar à estratégia inicial. Naturalmente, o investidor não fará isso diariamente por causa dos custos de transação e do tipo de gestão não profissional que se presumiu neste trabalho. A frequência de rebalanceamento é o número de vezes em que o rebalanceamento se dará no período amostral de 60 meses e o tamanho do intervalo entre estes momentos é o intervalo de rebalanceamento.

Neste trabalho iremos testar o rebalanceamento a cada um, dois, três, quatro, seis, 12, 20 e 30 meses correspondendo a frequências de 60, 30, 20, 15, 10, 5, 3 e 2 vezes no período de cinco anos. O caso base que será explorado em detalhe, para economia de espaço na exposição dos resultados, será referente às carteiras com rebalanceamento a cada três meses, os resultados para os outros períodos serão apresentados nos testes de robustez.

### 3.2 AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DAS CARTEIRAS

Uma vez formadas as carteiras, o próximo passo é avaliar seu desempenho. A Equação 2 mostra o cálculo do retorno logaritmo no mês  $t$  de cada carteira  $c$  ( $r_{c,t}$ ). Em seguida, calcula-se a média aritmética e o desvio-padrão dos  $r_{c,t}$  nos 60 meses analisados. O retorno médio anual de cada carteira é calculado pela multiplicação do retorno médio mensal de cada carteira por 12. O desvio padrão anual de cada carteira é calculado pela multiplicação do desvio padrão mensal pela raiz de 12. O índice de Sharpe, que é uma medida comum para calcular a razão entre retorno e risco de um ativo, usa os excessos de retorno em relação a uma taxa livre de riscos. Para evitar discussões sobre a taxa livre de riscos apropriada e ganhar em simplicidade, optou-se pelo quociente de recompensa por unidade de risco, dividindo o retorno médio mensal anualizado de cada carteira pelo seu desvio padrão mensal anualizado.

$$r_{c,t} = \ln \frac{\sum_i^n q_{i,t} \times p_{i,t}}{\sum_i^n q_{i,t-1} \times p_{i,t-1}} \text{ Eq. 2}$$

A Equação 3 apresenta o indicador de equivalente de certeza de retorno modificado de cada carteira  $c$  ( $ECRM_c$ )<sup>1</sup>, definido como a taxa livre de risco que o investidor aceitaria para não adotar determinada estratégia, baseado em DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009). A modificação introduzida foi o uso do retorno médio mensal no lugar do prêmio de risco médio mensal de cada carteira e a posterior subtração da taxa livre de risco média ( $\bar{r}_f$ ) do período. Onde  $\gamma$  é o grau de aversão ao risco do investidor cujo valor testado no caso base será igual a um, seguindo DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) e Kirby e Ostdiek (2012). Nos testes de robustez serão empregados valores iguais a três (TU; ZHOU, 2011) e cinco (FLETCHER, 2011; KIRBY; OSTDIEK, 2012). Assim como o índice de Sharpe, o equivalente de certeza de retorno é um indicador de desempenho de carteiras com amplo respaldo na literatura (BLOOMFIELD; LEFTWICH; LONG, 1977; DEMIGUEL; GARLAPPI; UPPAL, 2009; ANDERSEN; MUSAJEV, 2010; FLETCHER, 2011; KRITZMAN; PAGE; TURKINGTON, 2010; TU; ZHOU, 2011; KIRBY; OSTDIEK, 2012).

$$ECRM_c = \bar{r}_c - \frac{\gamma}{2} \sigma_c^2 - \bar{r}_f \quad \text{Eq. 3}$$

A Equação 4 estima o giro de cada carteira  $c$ , ou *turnover* ( $TO_c$ ) em que  $\tilde{x}_{i,t}$  é o peso do ativo  $i$  na carteira (subscrito  $c$  omitido) no instante antes do rebalanceamento e  $x_{i,t}$  é o peso alvo do ativo  $i$  após o rebalanceamento. Este peso deveria ser  $1/n$  na maioria dos casos, contudo, é possível que algum ativo tenha deixado de ser negociado. Neste caso não há reposição do ativo e os pesos são redistribuídos entre os ativos remanescentes. Esse indicador é importante, pois é a partir dele que serão calculados os custos variáveis de transação que o investidor terá ao implementar uma estratégia, assunto tratado em detalhes na seção a seguir.

$$TO_c = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n |x_{i,t} - \tilde{x}_{i,t}| \quad \text{Eq. 4}$$

O ultimo indicador que será calculado é o *turnover* percentual médio da carteira ( $TO\%$ ) que, segundo DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009), pode ser entendido como a quantidade de riqueza negociada em cada rebalanceamento. Este indicador compara o volume negociado a cada rebalanceamento com o valor da

carteira no momento do rebalanceamento. O  $TO\%_c$  é calculado conforme a Equação 5, onde  $f_c$  é a frequência de rebalanceamento e  $p_{c,t}$  é o valor da carteira no mês  $t$ .

$$TO\%_c = \frac{1}{f_c} \sum_{t=1}^T \left( \frac{1}{p_{c,t}} \sum_{i=1}^n |x_{i,t} - \tilde{x}_{i,t}| \right) \text{ Eq. 5}$$

### 3.3 CUSTOS DE TRANSAÇÃO

Ao avaliar o desempenho de uma estratégia, devemos levar em consideração não somente seus retornos e a volatilidade, mas também os custos incorridos para obter tais retornos. No mercado de ações, diversos custos estão associados à montagem e manutenção de uma carteira. Entre tais custos, os mais representativos são os custos de transação, incorridos no momento da negociação de um ativo, seja uma compra ou uma venda. Os custos de transação podem ser fixos (CF), incorridos a cada negociação de compra ou venda de ações, independente da quantidade negociada, e variáveis (CV), incorridos a cada negociação de compra ou venda de ações, em função do valor negociado. Sanvicente (2012) estimou os custos de transação no Brasil em 1,22% na média em 2009 e este estudo empregará a estimativa do autor.

Uma limitação deste estudo diz respeito à forma de cálculo dos custos de transação. Uma vez que os custos de transação são incorridos a cada transação, tais custos reduzem o valor total da carteira no momento do rebalanceamento. O valor da carteira pode ser negativo se os custos de transação forem muito altos e o desempenho da carteira ruim. Nesta situação, a avaliação de desempenho da carteira deveria ser interrompida, uma vez que isto seria o equivalente ao investidor ficar sem recursos para investir, ou seja falir, em uma situação real de investimento. O algoritmo usado neste trabalho calcula os custos de transação *ex-post*, ao final do período de avaliação, o que pode gerar carteiras com valores finais menores do que zero (o que não faz sentido uma vez que não há alavancagem), porém, no caso base, tal problema não afetou nenhuma carteira, dado que o maior custo de transação verificado foi de R\$ 387,82, insuficiente para levar o valor das carteiras a um valor negativo – o menor valor bruto de carteira verificado, no mesmo caso, foi de R\$ 5.040,24. O retorno líquido médio anualizado de cada carteira  $c$  depois dos

custos de transação são dados pela Equação 6, (onde o subscrito f denota o ultimo período de avaliação da carteira e o subscrito 0 denota o primeiro).

$$\bar{r}l_c = \frac{12}{T} * \ln \left( \frac{(\sum_i^n q_{i,f} \times p_{i,f}) - (1,22\% * TO_c)}{\sum_i^n q_{i,0} \times p_{i,0}} \right) \text{ Eq. 6}$$

### 3.4 FUNDOS DE INVESTIMENTOS EM AÇÕES (FIAS)

Se o investidor sem informação será representado por carteiras formadas aleatoriamente com a estratégia 1/n, por outro lado, as carteiras com gestão profissional serão representadas pelos FIAs. Os valores de fechamento mensal das cotas de 224 FIAs foram obtidos na base Quantum Axis® a partir de uma pesquisa dos fundos classificados como “Fundos de Ações – Ativos” entre 1/1/2007 e 1/1/2012. Foram excluídos três fundos que continham as palavras “alavancado” ou “leverage” em seu nome. No apêndice 3 se encontra um detalhamento dos fundos considerados.

Esta amostra de fundos apresenta um viés por não incluir fundos que fecharam durante o período (viés de sobrevivência). Como os fundos que fecham podem ser os de pior resultado, é de se esperar que o desempenho dos FIAs considerados seja melhor do que o universo completo de fundos, porém isso não foi passível de confirmação no escopo deste estudo. Essa limitação não é grave, pois caso o desempenho da estratégia 1/n se mostre superior ao dos FIAs empregados, pode-se afirmar com razoável segurança que também seria superior ao do universo de FIAs.

Os mesmos indicadores de desempenho calculados para as carteiras 1/n foram estimados para os FIAs, com exceção do *turnover*, uma vez que os custos de transação incorridos pelos FIAs já está refletido nos valores das cotas.

O investidor em FIAs está sujeito a custos de transação específicos, sendo os principais a taxa de administração, a taxa de *performance* e as taxas de entrada e saída. A taxa de administração costuma ser um percentual fixo cobrado sobre o patrimônio do fundo, independentemente do desempenho do fundo. A taxa de *performance* costuma ser um percentual cobrado quando o retorno do fundo supera o de um *benchmark* preestabelecido para premiar o bom desempenho do gestor e

alinhar seus interesses aos dos cotistas. As taxas de entrada e saída, por sua vez, são taxas cobradas do investidor no momento da compra ou da venda de cotas, seu valor costuma ser proporcional ao valor investido ou sacado e justificam-se quando o fundo investe em ativos de baixa liquidez.

As cotas divulgadas pelos fundos são líquidas das taxas de administração e *performance* para que o investidor tenha mais facilidade de comparar o desempenho real de diferentes fundos e, portanto, nenhum ajuste no valor das cotas é necessário. Já as taxa de entrada e saída não são consideradas nas cotas divulgadas. Contudo, estas taxas só são incorridas caso o investidor queira, por exemplo, retirar seus recursos rapidamente, sem respeitar o prazo de carência, quando não há mais taxa de entrada ou saída. As taxas de entrada e saída são relativamente raras no Brasil. Assim, os retornos obtidos com as cotas dos FIAs são retornos líquidos.

### 3.5 DESEMPENHO DOS FIAs

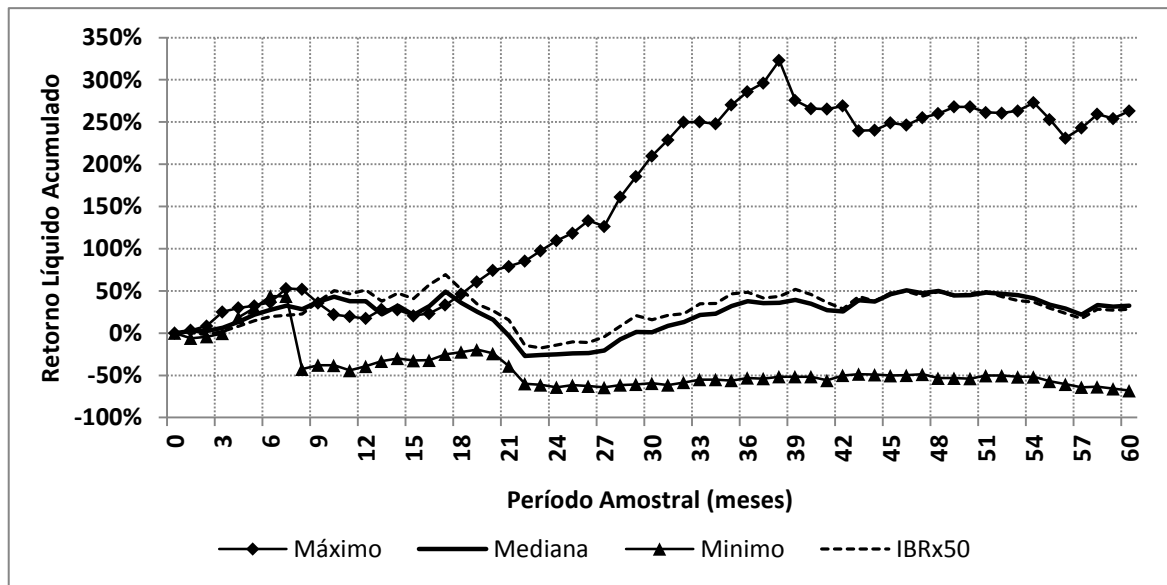
Tabela 1: Indicadores de desempenho de 221 FIAs selecionados.

	<b>Retorno líquido (anual)</b>	<b>Desvio padrão (anual)</b>	<b>Retorno / Risco (anual)</b>	<b>ECRM (<math>\gamma=1</math>)</b>
Máximo	25,8%	75,7%	3,055	13,4%
Média	5,7%	25,1%	0,276	-8,2%
Mediana	5,6%	24,6%	0,231	-7,9%
Mínimo	-22,8%	6,2%	(0,621)	-46,3%
IBRx50	5,0%	25,1%	0,199	-8,7%
CDI	10,6%	0,4%	23,990	10,6%

Nota (1): período de janeiro de 2007 a dezembro 2011 (60 meses). CDI é a taxa mensal do Certificado de Depósito Interfinanceiro.

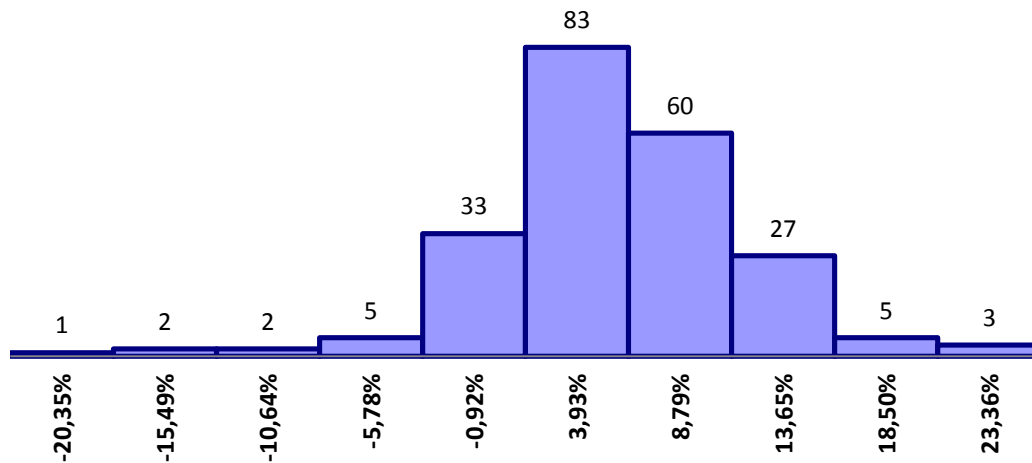
A Tabela 1 mostra algumas características dos FIAs. É importante notar que os valores máximos do retorno líquido e do ECRM dizem respeito ao mesmo FIA, assim como o retorno líquido e o ECRM mínimos (porém, obviamente, a um FIA diferente). A taxa de recompensa sobre o risco e o desvio padrão mínimos foram obtidos por fundos diferentes, mas o FIA com maior recompensa sobre o risco também foi o de menor desvio padrão. A Tabela 1 sugere que o FIA mediano apresenta desempenho melhor do que o IBx-50. Cento e vinte e sete FIAs (57,5%)

apresentam razões recompensa sobre risco maiores do que os do IBrX-50. A Tabela 1 revela uma assimetria positiva na distribuição das medidas de desempenho.



**Figura 1 – Retorno líquido acumulado máximo, mediano e mínimo de um investimento em FIAs e retorno líquido acumulado do IBrX-50**

A Figura 1 mostra o comportamento no período de FIAs selecionados e do IBrX-50 durante o período amostral. É possível notar também que o comportamento do FIA mediano é muito similar ao do IBrX-50, com coeficiente de correlação de Pearson igual a 0,988. Os FIAs máximo e mínimo, porém, apresentam comportamento bem diferente do IBrX-50, com coeficientes de correlação de 0,313 e -0,107, respectivamente. O coeficiente de correlação médio com o IBrX-50 para os FIAs analisados foi de 0,817, o máximo foi de 0,999 e o mínimo de -0,107. A Figura 2 apresenta um histograma de frequência para os retornos líquidos dos 221 FIAs. Cento e oitenta e oito deles (85,1%) obtiveram retorno líquido positivo.



**Figura 2 - Histograma dos retornos médios líquidos anualizados para 221 FIAs**

### 3.6 COMPARAÇÃO DO DESEMPENHO DA ESTRATÉGIA 1/N COM OS FIAs

Três abordagens foram adotadas para comparar o desempenho das carteiras ingênuas aleatórias com o dos fundos de forma geral. Na primeira, faremos uma comparação entre as principais estatísticas descritivas – máximo, mínimo e mediana - das amostras de resultados. Na segunda, realizaremos uma simulação, onde serão escolhidos aleatoriamente, uma CA e um FIA e será verificado se os indicadores da CA são melhores que os do FIA. Para tal, serão realizados cem mil sorteios, a fim de verificar a probabilidade de que uma CA escolhida ao acaso apresente indicadores melhores do que um FIA, também escolhido ao acaso. Na última abordagem, utilizaremos o teste de Mann-Whitney unicaudal para verificar se as distribuições dos quatro indicadores calculados – retorno médio líquido; risco; quociente retorno / risco; equivalente de certeza de retorno modificado – são maiores para as CAs do que para os FIAs.

### 3.7 COMPARAÇÃO COM ATIVOS INDIVIDUAIS

Partimos do princípio que o investidor prefere montar carteiras ou selecionar fundos a investir em ativos individuais. Para verificar se este comportamento faz sentido, iremos comparar com as CAs e os FIAs o desempenho dos ativos individuais. Para tal, calculamos os indicadores – retorno médio líquido, risco, quociente retorno/risco (QR/R) e ECRM – para cada um dos 50 ativos que compõem nosso universo de análise, em uma situação de investimento do tipo *buy and hold*.

Tais indicadores formarão distribuições de probabilidade, para a qual calcularemos as estatísticas descritivas. De posse das distribuições de probabilidade e suas estatísticas descritivas, realizaremos as três abordagens, descritas na seção anterior, para comparar os ativos individuais com as carteiras selecionadas aleatoriamente. A Tabela 2 apresenta as estatísticas descritivas selecionadas para os ativos individuais.

Tabela 2: Indicadores de desempenho para os 50 ativos individuais que compunham o IBrX-50 em janeiro de 2007.

	<b>Retorno líquido (anual)</b>	<b>Desvio padrão (anual)</b>	<b>Retorno / Risco (anual)</b>	<b>ECRM (<math>\gamma=1</math>)</b>
Máximo	25,4%	66,9%	1,023	11,7%
Média	2,6%	37,0%	0,155	-15,5%
Mediana	6,2%	34,7%	0,181	-10,7%
Mínimo	-36,4%	6,6%	(0,708)	-67,8%
IBRx50	5,0%	25,1%	0,199	-8,7%
CDI	10,6%	0,4%	23,990	10,6%

Nota (1): período de janeiro de 2007 a dezembro 2011 (60 meses). CDI é a taxa mensal do Certificado de Depósito Interfinanceiro.

A Figura 3 apresenta um histograma de frequência para os retornos líquidos dos 50 ativos individuais. Trinta e quatro deles (68,0%) obtiveram retorno líquido positivo, percentual expressivamente menor do que o equivalente para os FIAs.

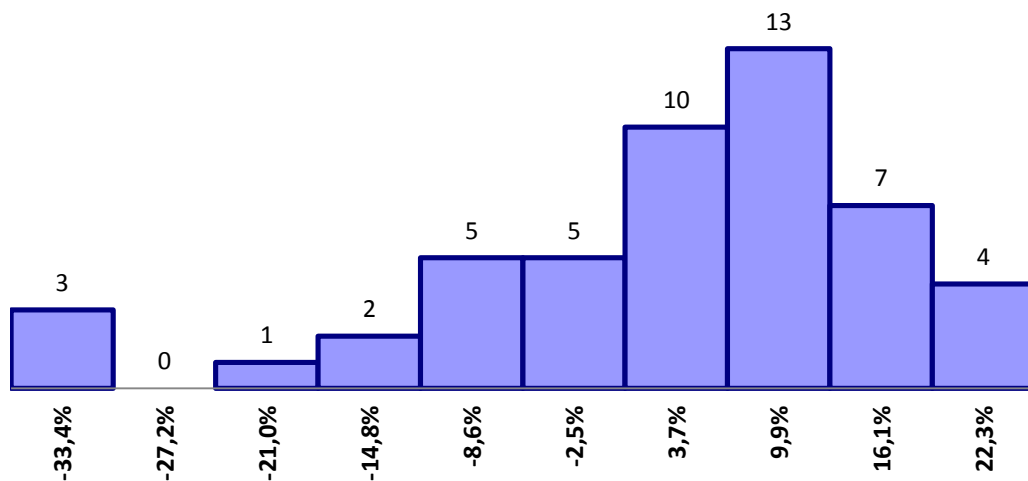


Figura 3 – Histograma dos retornos médios líquidos anualizados para 50 ativos individuais



## 4 RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados da avaliação de desempenho das carteiras ingênuas aleatórias e sua comparação com os FIAs e ativos individuais, além de alguns testes de robustez, cujo propósito é verificar se os resultados da pesquisa se confirmam quando alguma premissa é alterada.

Para que as análises fiquem mais claras, serão apresentados somente os resultados relativos a um caso específico, que iremos chamar de caso base. Este caso compreende carteiras aleatórias com 10 ativos, rebalanceadas a cada 3 meses e sujeitas a um custo de transação igual a 1,22% (SANVICENTE, 2012). Os resultados para as carteiras com outras quantidades de ativos, assim como outros intervalos de rebalanceamento e custos de transação, podem ser encontrados nos testes de robustez.

### 4.1 DESEMPENHO DAS CARTEIRAS ALEATÓRIAS

O desempenho das carteiras aleatórias foi avaliado pelo cálculo do retorno médio da carteira anualizado, antes e depois dos custos de transação, do desvio padrão dos retornos, do quociente retorno/risco (QR/R) e do equivalente de certeza de retorno modificado (ECRM).

As análises a seguir serão baseadas nos retornos médios líquidos (RML). Como ao se somar ou subtrair um valor constante de uma série temporal seu desvio padrão não se altera, podemos usar o desvio padrão dos retornos médios brutos (RMB) para calcular o QR/R e o ECRM, pois este é igual ao desvio padrão dos RML.

Tabela 3: Indicadores de desempenho para 500 carteiras aleatórias com 10 ações, rebalanceamento trimestral e custo de transação de 1,22%

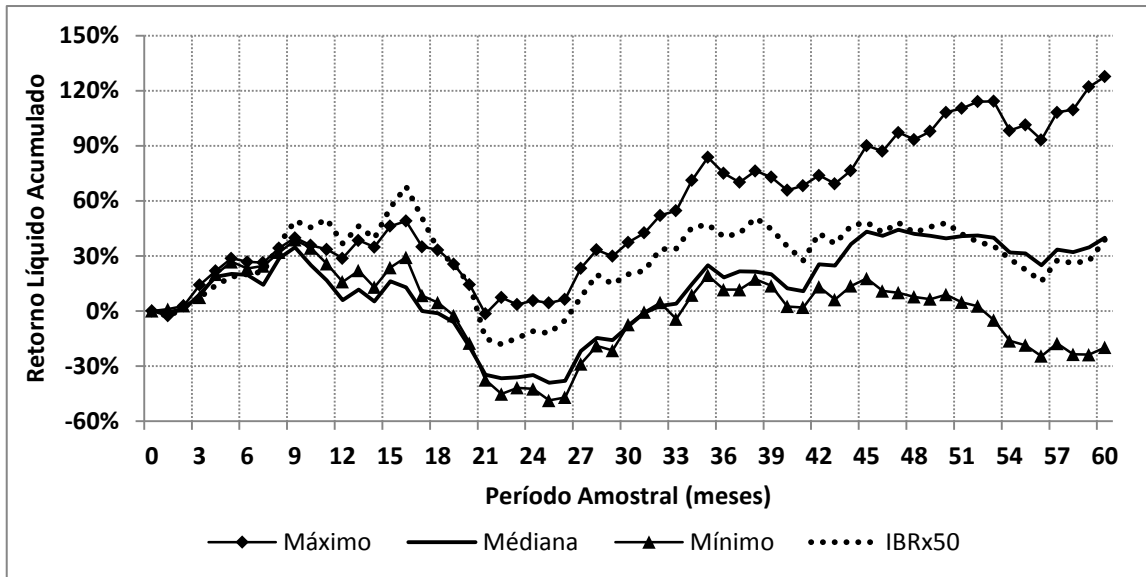
	Retorno bruto (anual)	Retorno líquido (anual)	Desvio padrão (anual)	Retorno/Risco (anual)	ECRM ( $\gamma=1$ )
Máximo	17,0%	16,6%	33,5%	0,875	4,6%
Média	6,7%	6,3%	23,5%	0,281	-6,7%
Mediana	6,9%	6,4%	23,3%	0,276	-6,5%
Mínimo	-4,6%	-5,3%	15,8%	-0,179	-20,4%
IBRx50	5,0%	5,0%	25,1%	0,199	-8,7%

CDI	10,6%	10,6%	0,4%	23,99	10,6%
-----	-------	-------	------	-------	-------

Nota (1): ECRM é o equivalente de certeza de retorno modificado com coeficiente de aversão a risco ( $\gamma$ ) igual a 1

A Tabela 3 apresenta os indicadores de desempenho para o IBrX-50 e 500 carteiras com 10 ativos e intervalo de rebalanceamento igual a 3 meses. É importante notar que os valores máximos dos retornos brutos e líquido, assim como do QR/R e do ECRM dizem respeito à mesma carteira e que os retornos bruto e líquido e o ECRM mínimos também (porém obviamente a uma carteira diferente). Já o QR/R e o risco mínimos, foram obtidos por carteiras diferentes. As estatísticas da carteira mediana (lembrando que estamos falando de uma carteira diferente para cada estatística) são melhores do que as do IBrX-50 e que as medianas dos ativos individuais apresentada na Tabela 2.

As medianas de retornos positivas na Tabela 1 evidenciam uma assimetria positiva, o que significa que o investidor que tenha apostado em uma carteira aleatória tem uma probabilidade maior de ganho do que de perda. Resultados não estão retratados na Tabela 3, mas disponíveis para exame de interessados, mostram que o RML de 322 carteiras aleatórias (64,4%) supera o do IBrX-50. Este número vai para 333 (66,6%) se considerarmos o QR/R, para 342 (68,4%) considerando o RMB e, finalmente, para 350 (70,0%) se considerarmos o ECRM. Apenas 148 (29,6%) carteiras aleatórias 1/n apresentam risco maior do que o IBrX-50. Das 500 carteiras aleatórias analisadas, 476 (95,2%) obtiveram RML positivo e somente 24 (4,8%) negativo. A Figura 3 mostra o retorno líquido acumulado das carteiras de desempenho melhor, pior e mediano.



**Figura 4 – Retorno líquido acumulado máximo, mediano e mínimo de um investimento em carteiras de 10 ações com rebalanceamento trimestral e retorno líquido acumulado do IBrX-50**

#### 4.2 COMPARAÇÃO ENTRE O DESEMPENHO DAS CARTEIRAS ALEATÓRIAS E DAS GERENCIADAS

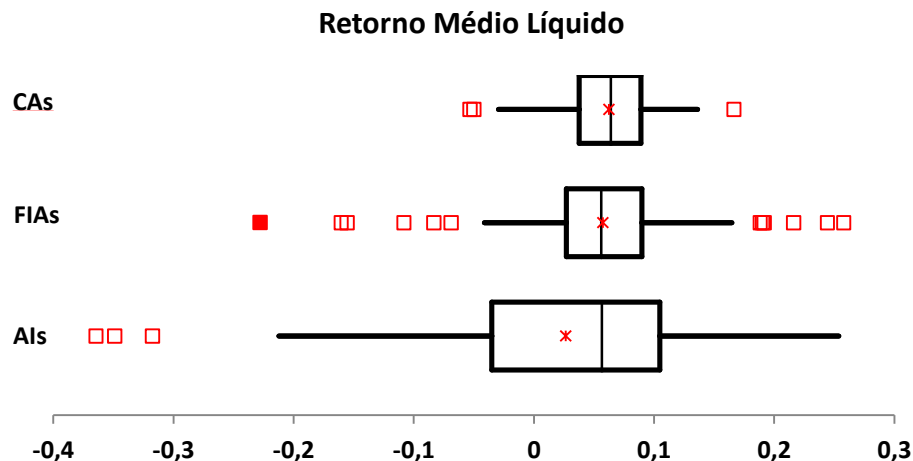
Conforme descrito anteriormente iremos utilizar três abordagens para comparar o desempenho das carteiras selecionadas aleatoriamente com os FIAs e com os ativos individuais: Comparação das estatísticas descritivas; comparação por simulação e comparação pelo teste de Mann-Whitney.

Tabela 4: Estatísticas descritivas selecionadas para indicadores de retorno e risco das carteiras ingênuas aleatórias com 10 ações e rebalanceamento trimestral (CA), FIAs e ativos individuais

	CA's	FIAs	Ativos	Melhor
Retorno médio líquido				
Máximo	16,6%	25,8%	25,4%	FIA
Média	6,3%	5,7%	2,6%	CA's
Mediana	6,4%	5,6%	6,2%	CA's
Mínimo	-5,3%	-22,8%	-36,4%	CA's
Desvios-padrão dos retornos médios líquidos				
Máximo	33,5%	75,7%	66,9%	CA's
Média	23,5%	25,1%	37,0%	CA's
Mediana	23,3%	24,6%	34,7%	CA's

Mínimo	15,8%	6,2%	6,6%	FIAs
Quociente retorno/risco				
Máximo	0,875	3,055	1,023	FIAs
Média	0,282	0,276	0,155	CAs
Mediana	0,276	0,231	0,181	CAs
Mínimo	(0,179)	(0,621)	(0,708)	CAs
Equivalente de certeza de retorno modificado com coeficiente de aversão ao risco igual 1 (ECRM)				
Máximo	4,6%	13,4%	11,7%	FIAs
Média	-6,7%	-8,2%	-15,5%	CAs
Mediana	-6,5%	-7,9%	-10,7%	CAs
Mínimo	-20,4%	-46,3%	-67,8%	CAs

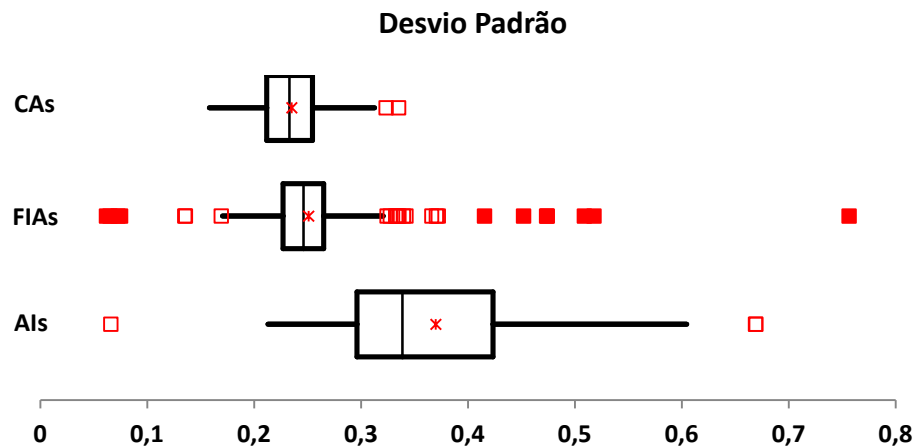
A Tabela 4 indica que o melhor FIA apresenta retorno médio líquido ligeiramente superior ao do melhor ativo individual e muito superior à melhor CA. Porém, a CA com menor RML se sai melhor do que o FIA com menor RML. Os RML medianos não apresentam diferença expressiva, mas o dos CA é maior. A Figura 5 apresenta o gráfico de caixa e bigode (“Box-Whisker”) para as distribuições de RML. A média e a mediana dos RML das CAs são maiores do que as dos FIAs e ativos individuais e sua distribuição é mais concentrada em torno da média, o que representa menor risco para o investidor. A comparação, por simulação, resultou em uma probabilidade de 53,42% de que uma carteira aleatória escolhida ao acaso tenha um RML superior ao de um FIA escolhido ao acaso e de 53,54% para um ativo individual selecionado da mesma forma.



**Figura 5 – Gráfico de caixa e bigode (“Box-Whisker”) para os retornos médios líquidos das carteiras ingênuas aleatórias com 10 ações e rebalanceamento trimestral (CAs), FIAs e ativos individuais (AIs)**

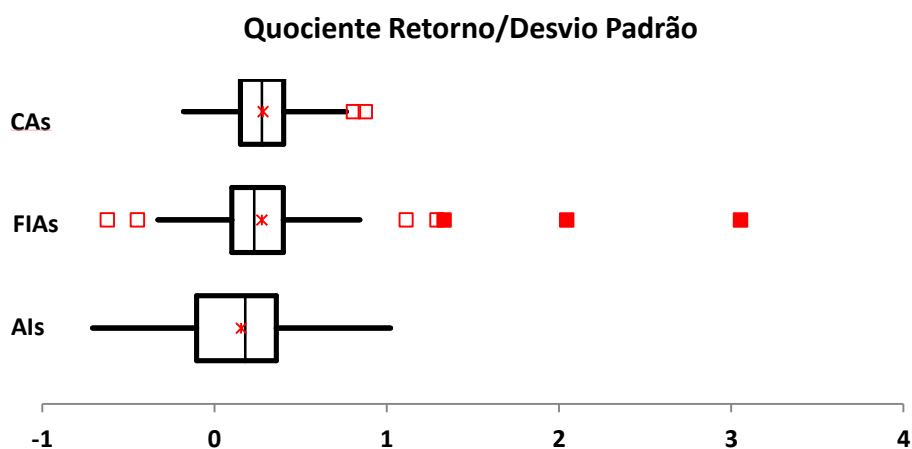
A Tabela 4 indica, ainda, que o pior FIA apresentou um desvio padrão do retorno médio líquido (risco) maior do que o dobro da CA de maior desvio padrão e maior do que o maior desvio padrão de um ativo individual. Por outro lado, quando comparamos o desempenho das CAs, FIAs e do ativo individual com menor desvio padrão, observamos que a volatilidade das CAs é maior. Finalmente, os desvios-padrão medianos das CAs e FIAs são próximos e menores que o dos ativos individuais, consistente com os benefícios esperados da diversificação.

A Figura 6 apresenta o gráfico de caixa e bigode dos desvios-padrão das CAs que apresentam média e mediana menores do que as dos FIAs e ativos individuais. A distribuição dos desvios-padrão das CAs é mais concentrada do que as demais sugerindo que a probabilidade de selecionar uma carteira com menor volatilidade é maior para as CAs. Os FIAs apresentaram mais valores extremos do que as CAs e os ativos individuais. A abordagem de comparação por simulação resultou em uma probabilidade de 40,88% de que uma carteira aleatória escolhida ao acaso tenha desvio padrão superior ao de um FIA escolhido ao acaso e de apenas 7,04% ao de um ativo individual selecionado da mesma forma.



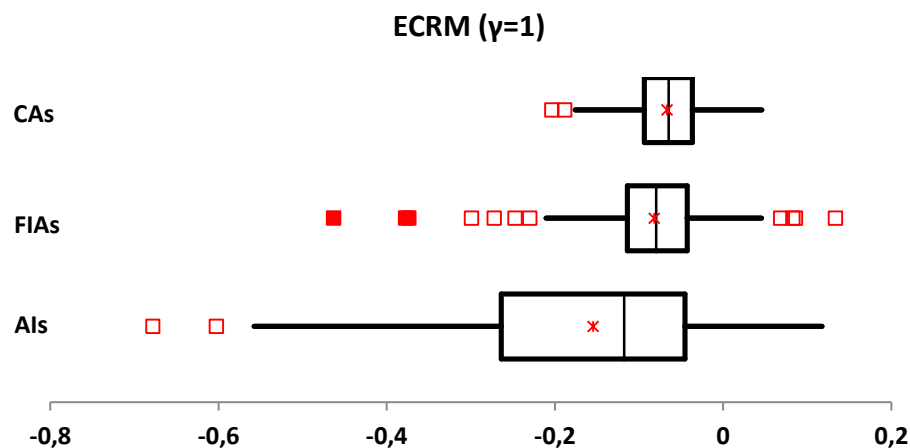
**Figura 6 – Gráfico de caixa e bigode (“Box-Whisker”) para os desvios-padrão dos retornos das carteiras ingênuas aleatórias com 10 ações e rebalanceamento trimestral (CAs), FIAs e ativos individuais (AIs)**

A análise do quociente retorno/risco na Tabela 4 mostra que seu máximo é muito maior para o melhor FIA. A mediana dos CAs é maior do que a dos FIAs e dos ativos individuais. A Figura 7 apresenta o gráfico de caixa e bigode do quociente retorno/risco onde as CAs apresentam média e mediana maiores do que as dos FIAs e ativos individuais com distribuição mais concentrada, como nas estatísticas examinadas anteriormente. Na comparação por simulação, a probabilidade de que uma carteira aleatória escolhida ao acaso tenha um QR/R superior ao de um FIA escolhido ao acaso foi de 54,76% e de 61,48% para um ativo individual.



**Figura 7 - Gráfico de caixa e bigode (“Box-Whisker”) para os quocientes retorno/risco das carteiras ingênuas aleatórias com 10 ações e rebalanceamento trimestral (CAs), FIAs e ativos individuais (AIs)**

A Tabela 4, finalmente, indica que o ECRM mínimo entre os FIAs é duas vezes menor do que o mínimo entre as CAs, que são maiores do que o mínimo entre os ativos individuais. Por outro lado, o ECRM máximo entre os FIAs é maior do que os demais máximos. A mediana do indicador é maior entre as CAs. A Figura 8 apresenta o gráfico de caixa e bigode dos ECRM. A média e mediana das CAs são maiores e sua distribuição é mais concentrada do que a dos FIAs e ativos individuais, como mostrado para os demais indicadores. A comparação por simulação entre uma carteira aleatória e um FIA ou ativo individual resultou em probabilidades de 57,18% e 64,97%, respectivamente, de que o ECRM com aversão ao risco igual a um para a CA seja maior. Este foi o indicador de retorno que apresentou as maiores probabilidades segundo esta abordagem.



**Figura 8 - Gráfico de caixa e bigode (“Box-Whisker”) do equivalente de certeza de retorno modificado (ECRM) com coeficiente de aversão a risco igual a 1 ( $\gamma=1$ ) das carteiras ingênuas aleatórias com 10 ações e rebalanceamento trimestral (CAs), FIAs e ativos individuais (AIs)**

Na última abordagem, utilizamos o teste de Mann-Whitney unicaudal para verificar se as distribuições dos quatro indicadores calculados – retorno médio líquido; desvio padrão; quociente retorno / risco e equivalente de certeza de retorno modificado – são maiores para as CAs do que para os FIAs ou para os ativos individuais.

Não sabemos de antemão que as distribuições de probabilidade dos indicadores não possuem a mesma forma e, por isso, usamos a versão geral do teste cuja hipótese nula nega que uma distribuição apresente valores menores que a outra. Mais precisamente, afirma que  $P(X1 > X2) = P(X2 > X1)$ , onde  $P(X1 > X2)$  é a probabilidade de que uma observação proveniente da população 1 ( $X1$ ) seja maior que uma observação proveniente da população 2 ( $X2$ ).

Foram realizados testes para os quatro indicadores analisados, retorno médio líquido, desvio padrão, quociente retorno / risco e equivalente de certeza modificado, utilizando toda a amostra disponível, 221 FIAs, 50 ativos individuais e 500 carteiras aleatórias. Para todos os testes a hipótese nula adotada nega que qualquer distribuição apresente valores menores do que a outra enquanto a hipótese alternativa utilizada considerou sempre que a distribuição do indicador do ativo de comparação (FIA ou ativos individuais) era menor do que a distribuição do indicador para as CAs. Assim, indicadores que representam melhor desempenho quanto maior o valor (retorno médio líquido, quociente retorno / risco e ECRM) devem ter seus resultados interpretados de forma diferente de indicadores cujo melhor desempenho é representado por valores menores (desvio padrão).

Tabela 5: Resultados do teste de Mann-Whitney unicaudal comparando os indicadores de desempenho das alternativas de investimento analisadas com as carteiras aleatórias

Indicador	Retorno Médio Líquido	Desvio Padrão	Quociente Retorno / Risco	ECRM
<b>FIA x CA</b>				
Valor de prova	0,0791	1,0000	0,0228	0,0011
Níveis de significância:				
10%	Rejeitar	Não rejeitar	Rejeitar	Rejeitar
5%	Não rejeitar	Não rejeitar	Rejeitar	Rejeitar
1%	Não rejeitar	Não rejeitar	Não rejeitar	Rejeitar
<b>Ativos Individuais x CA</b>				
Valor de prova	0,2075	1,0000	0,0040	0,0004
Níveis de significância:				
10%	Não rejeitar	Não rejeitar	Rejeitar	Rejeitar
5%	Não rejeitar	Não rejeitar	Rejeitar	Rejeitar
1%	Não rejeitar	Não rejeitar	Rejeitar	Rejeitar



O desempenho das carteiras aleatórias não é estatisticamente diferente dos FIAs ou dos ativos individuais com relação ao retorno médio líquido e ao desvio padrão ao nível de 5% de significância. O retorno médio líquido é marginalmente significativo ao nível de 10%. Contudo, o desempenho é estatisticamente diferente em relação ao quociente retorno / risco e ao ECRM.

Os resultados apresentados permitem concluir que um investidor que opte por investir em uma carteira 1/n formada por 10 ações escolhidas de forma aleatória e rebalanceada trimestralmente tem maior chance de auferir retorno maior do que um investidor que opte por investir em um FIA ou ativo individual, também escolhidos aleatoriamente. Os indicadores medianos de retorno das CAs também foram superiores aos dos FIAs e ativos individuais, enquanto o desvio padrão e a incidência de valores extremos foi geralmente menor entre as CAs. Visto que a abordagem de Mann-Whitney aponta que o desempenho das CAs, não difere estatisticamente dos FIAs e ativos individuais em metade dos indicadores, porém que as outras abordagens apontam vantagens para as CAs, podemos concluir que as CAs parecem ser uma alternativa interessante para o investidor individual ou não profissional.

O universo de FIAs analisados engloba fundos de diversos tipos. Uma segregação relevante para o pequeno investidor é distinguir fundos geridos por bancos de varejo e os de gestores independentes. É de se esperar que o pequeno investidor seja atraído para fundos direcionados ao varejo, que se beneficiam de mais esforços de venda e são mais acessíveis. O critério de escolha dos fundos de bancos de varejo estão especificados no apêndice 3. Assim, foi realizada uma análise de sensibilidade, separando os 221 FIAs em dois grupos - varejo e independentes. A Tabela 6 repete as estatísticas descritivas selecionadas para todos os FIAs analisados e para os dois grupos de FIAs.

Tabela 6: Indicadores de desempenho para FIAs segregados em varejo e independentes

	Retorno líquido (anual)	Desvio padrão (anual)	Recompensa/Risco (anual)	ECRM ( $\gamma=1$ )
<b>FIAs Geral (N=221)</b>				
Máximo	25,8%	75,7%	3,055	13,4%
Média	5,7%	25,1%	0,276	-8,2%

Mediana	5,6%	24,6%	0,231	-7,9%
Mínimo	-22,8%	6,2%	(0,621)	-46,3%
<b>FIAs Varejo (N=71)</b>				
Máximo	12,4%	45,2%	0,654	0,1%
Média	4,0%	24,4%	0,182	-9,6%
Mediana	4,4%	24,6%	0,175	-9,3%
Mínimo	-6,9%	7,3%	(0,275)	-21,0%
<b>FIAs Independentes (N=150)</b>				
Máximo	25,8%	75,7%	3,055	13,4%
Média	6,5%	25,4%	0,320	-7,5%
Mediana	6,7%	24,7%	0,261	-7,2%
Mínimo	-22,8%	6,2%	(0,621)	-46,3%

Nota (1): período de janeiro de 2007 a dezembro 2011 (60 meses).

É possível notar que os fundos de varejo apresentam retorno líquido máximo, médio e mediano menores do que os independentes, porém um mínimo maior – comportamento que se repete para o QR/R e o ECRM. É possível que os fundos de varejo sejam mais conservadores, o que corresponde ao desvio-padrão em geral menor desses fundos. Contudo, o retorno médio e mediano dos fundos independentes é ligeiramente superior ao das CAs. Supondo que investidores não informado e de baixo patrimônio tendam a investir em fundos de banco de varejo em vez de com gestores independentes, as carteiras aleatórias parecem ser ainda mais vantajosas para eles.

#### 4.3 TESTES DE ROBUSTEZ

A seguir serão apresentados uma síntese dos resultados quando se variou a quantidade de ativos e o intervalo de rebalanceamento das carteiras. A quantidade de ativos foi analisada para o caso de rebalanceamento trimestral. O período de rebalanceamento foi analisado para o caso de carteiras com 10 ativos. Os custos de transação foram de 1,22% nas duas situações.

##### 4.3.1 Quantidade de ativos

A Tabela 7 permite verificar que os máximos tendem a diminuir e os mínimos tentem a aumentar, enquanto a mediana não variou substancialmente com o tamanho da CA. O desvio padrão das medianas e máximos, por sua vez, diminuem com a quantidade de ativos. O tamanho da carteira  $1/n$  parece ser muito importante para atenuar o valor dos valores extremos e, conseqüentemente, a volatilidade da carteira, mas não parece ser importante para alterar o retorno mediano. Os resultados para os diversos tamanhos de carteiras em relação aos ativos individuais

e FIAs não alteram as conclusões derivadas dos resultados para as CAs com 10 ativos.

Tabela 7: Estatísticas descritivas selecionadas para indicadores de retorno e risco de 500 carteiras ingênuas aleatórias com quantidades de ativos diversas (N) e rebalanceamento trimestral (CA), FIAs e ativos individuais (Als)

	Retorno bruto (anual)	Retorno líquido (anual)	Desvio padrão (anual)	Retorno/ Risco	ECRM ( $\gamma=1$ )
Mediana					
CA N=5	6,4%	6,0%	24,9%	0,239	-7,4%
CA N=8	7,0%	6,5%	23,4%	0,279	-6,3%
CA N=10	6,9%	6,4%	23,3%	0,276	-6,5%
CA N=12	6,8%	6,4%	23,3%	0,277	-6,4%
CA N=15	7,0%	6,6%	22,9%	0,281	-6,3%
FIAs	#N/D	5,6%	24,6%	0,231	-7,9%
Als	#N/D	6,2%	34,7%	0,181	-10,7%
Média					
CA N=5	6,1%	5,7%	25,3%	0,252	-7,7%
CA N=8	6,7%	6,2%	23,7%	0,281	-6,8%
CA N=10	6,7%	6,3%	23,5%	0,282	-6,7%
CA N=12	6,6%	6,2%	23,3%	0,277	-6,7%
CA N=15	6,8%	6,3%	22,9%	0,284	-6,4%
FIAs	#N/D	5,7%	25,1%	0,276	-8,2%
Als	#N/D	2,6%	37,0%	0,155	-15,5%
Máximo					
CA N=5	19,4%	19,1%	39,1%	1,074	7,0%
CA N=8	16,6%	16,3%	36,1%	0,887	4,4%
CA N=10	17,0%	16,6%	33,5%	0,875	4,6%
CA N=12	16,2%	16,0%	31,8%	0,799	3,7%
CA N=15	13,4%	13,1%	30,2%	0,666	0,6%
FIAs	#N/D	25,8%	75,7%	3,055	13,4%
Als	#N/D	25,4%	66,9%	1,023	11,7%
Mínimo					
CA N=5	-10,5%	-11,3%	14,6%	-0,394	-26,2%
CA N=8	-7,1%	-7,7%	16,0%	-0,252	-23,0%
CA N=10	-4,6%	-5,3%	15,8%	-0,179	-20,4%
CA N=12	-3,9%	-4,6%	16,5%	-0,149	-19,2%
CA N=15	-2,8%	-3,4%	16,4%	-0,137	-16,4%
FIAs	#N/D	-22,8%	6,2%	-0,621	-46,3%
Als	#N/D	-36,5%	6,6%	-0,708	-67,8%

Nota: (1) ECRM é o equivalente de certeza de retorno modificado com coeficiente de aversão ao risco igual 1; (2) custos de transação de 1,22%.

### 4.3.2 Intervalo de rebalanceamento

A Tabela 8 sugere que as carteiras aleatórias não apresentam sensibilidade expressiva em relação ao intervalo de rebalanceamento. A escolha do intervalo de rebalanceamento tem menos influência no resultado do que a quantidade de ativos.

Tabela 8: Estatísticas descritivas selecionadas para indicadores de retorno e risco de 500 carteiras ingênuas aleatórias com períodos de rebalanceamento diversos e 10 ações (CA), FIAs e ativos individuais (AIs)

	Retorno bruto (anual)	Retorno líquido (anual)	Desvio padrão (anual)	Retorno/Risco (anual)	ECRM ( $\gamma=1$ )
Mediana					
1	7,2%	6,4%	23,7%	0,272	-6,1%
2	7,4%	6,8%	23,7%	0,285	-6,1%
3	6,9%	6,4%	23,3%	0,276	-6,5%
4	6,8%	6,4%	23,5%	0,269	-6,6%
6	6,6%	6,3%	23,3%	0,270	-6,7%
12	6,9%	6,7%	23,4%	0,287	-6,4%
20	6,4%	6,3%	23,4%	0,267	-6,9%
30	6,1%	6,0%	23,2%	0,267	-6,9%
B&H	5,9%	5,9%	22,8%	0,258	-7,3%
FIAs	N/D	5,6%	24,6%	0,231	-7,9%
AIs	N/D	6,2%	34,7%	0,181	-10,7%
Média					
1	7,1%	6,3%	24,0%	0,279	-6,4%
2	7,3%	6,7%	23,9%	0,297	-6,2%
3	6,7%	6,2%	23,5%	0,282	-6,7%
4	6,6%	6,2%	23,7%	0,279	-6,8%
6	6,6%	6,3%	23,5%	0,283	-6,8%
12	6,8%	6,6%	23,5%	0,297	-6,5%
20	6,5%	6,3%	23,5%	0,281	-6,9%
30	6,3%	6,1%	23,2%	0,276	-7,0%
B&H	6,0%	6,0%	22,9%	0,274	-7,2%
FIAs	N/D	5,7%	25,1%	0,276	-8,2%
AIs	N/D	2,6%	37,0%	0,155	-15,5%
Máximo					
1	17,1%	16,5%	33,9%	0,852	4,6%
2	16,9%	16,6%	34,0%	0,861	4,5%
3	17,0%	16,6%	33,5%	0,875	4,6%
4	16,5%	16,2%	33,6%	0,843	4,1%
6	16,4%	16,2%	33,4%	0,851	4,1%
12	16,6%	16,4%	33,8%	0,865	4,2%

20	16,1%	16,0%	32,8%	0,818	3,6%
30	16,2%	16,1%	32,8%	0,813	3,7%
B&H	14,7%	14,7%	32,5%	0,763	2,2%
FIAs	N/D	25,8%	75,7%	3,055	13,4%
Als	N/D	25,4%	66,9%	1,023	11,7%
Mínimo					
1	-4,6%	-5,9%	15,8%	-0,178	-20,8%
2	-4,2%	-5,1%	15,8%	-0,152	-20,2%
3	-4,6%	-5,3%	15,8%	-0,179	-20,4%
4	-4,6%	-5,3%	15,9%	-0,165	-20,4%
6	-4,4%	-5,0%	15,9%	-0,165	-20,0%
12	-3,8%	-4,1%	16,1%	-0,148	-18,9%
20	-3,8%	-4,1%	15,8%	-0,139	-19,3%
30	-4,1%	-4,3%	16,0%	-0,158	-18,9%
B&H	-2,9%	-2,9%	15,8%	-0,106	-17,4%
FIAs	N/D	-22,8%	6,2%	-0,621	-46,3%
Als	N/D	-36,5%	6,6%	-0,708	-67,8%

Nota: (1) ECRM é o equivalente de certeza de retorno modificado com coeficiente de aversão ao risco igual 1; (2) B&H é uma estratégia “buy and hold” durante os 60 meses com todas as ações da amostra; (3) custos de transação de 1,22%.

## 5 CONCLUSÕES, COMENTÁRIOS FINAIS E SUGESTÕES PARA NOVOS ESTUDOS

De forma geral, as carteiras selecionadas aleatoriamente apresentam resultados superiores aos FIAs para os quatro indicadores de desempenho analisados. A amostra de FIAs possivelmente apresenta resultados superiores ao universo total de FIAs devido ao viés da sobrevivência na sua seleção, o que reforça os resultados. As carteiras selecionadas aleatoriamente e os FIAs apresentam desempenho superior ao de ativos individuais escolhidos ao acaso dentro do universo analisado, confirmando que a formação de carteiras cria valor.

Os testes de robustez indicam que a quantidade de ativos nas carteiras não alteram os resultados medianos, mas têm impacto nos valores extremos das distribuições, sendo interessante sua avaliação para investidores que tenham estratégias explícitas de exposição ou mitigação de valores extremos. Com os custos de transação adotados e uma carteira composta por dez ativos, não há impacto expressivo do intervalo de rebalanceamento.

Vistos os aspectos citados acima, um investidor não informado que tomasse a decisão de investir em ações, selecionando e mantendo uma carteira  $1/n$ , teria maior probabilidade de obter resultados melhores do que se escolhesse um ativo individual ou um FIA aleatoriamente, quase que independentemente do intervalo de rebalanceamento adotado – desde que adotado algum – ou da quantidade de ativos na carteira – desde que maior do que cinco.

### 5.1 LIMITAÇÕES E SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS

Por se tratar de um estudo de natureza estatística, os resultados encontrados podem ter sua aplicabilidade questionada, uma vez que nada garante que a carteira  $1/n$  composta pelos ativos selecionados pelo investidor terá um bom desempenho. O estudo demonstra apenas que é possível conseguir resultados superiores a uma amostra com 221 FIAs, mais frequentemente do que resultados piores com a escolha de uma carteira partir de uma amostra com 500 carteiras cujos ativos foram aleatoriamente selecionados. Assim, um estudo complementar sugerido é comparar o desempenho de carteiras  $1/n$  aleatórias com carteiras similares em que outras estratégias para a escolha dos ativos na carteira tenham sido empregadas, como a

volatilidade, o índice de Sharpe (ou quociente retorno / risco) ou uma maximização de média-variância.

Outra restrição adotada neste trabalho é o universo de ações para formar as carteiras 1/n. Ao utilizar somente os ativos que compunham o IBrX50 em janeiro de 2007, o estudo perde em comparabilidade com os FIAs, que são formados por uma gama maior de ativos e que é atualizada periodicamente. Contudo, não acreditamos que esta escolha, cuja razão foi simplificar as simulações, tenha afetado significativamente os resultados uma vez que as ações que deixaram de fazer parte do IBrX-50 no período e que permaneceram no universo para formação das carteiras 1/n provavelmente foram “perdedoras” e, por outro lado, as ações que passaram a compor o IBrX-50 durante o período, mas que não foram incluídas no universo de ações empregadas para formar as carteiras 1/n, foram “vencedoras”. É provável, então, que esta simplificação tenha prejudicado o desempenho relatado para as carteiras 1/n, introduzindo viés nos resultados contra e não a favor delas. Assim, seria interessante repetir o estudo alterando o universo de ativos conforme muda a carteira do IBrX-50 ou do indicador empregado. É possível, também, que conjuntos base de ativos diferentes, como ações de capitalização menor, incluídas em índices de sustentabilidade ou governança corporativa ou com limitações por setor, também possam levar a resultados qualitativamente diferentes.

Uma vez selecionadas as carteiras, mantivemos a mesma composição por todo o período de avaliação. Seria interessante verificar, baseado em algum critério de seleção de ativos, o impacto da alteração da composição das carteiras no momento do rebalanceamento – o que pode ser feito em um estudo não estatístico, com carteiras selecionadas segundo algum critério.

As carteiras analisadas neste trabalho eram de tamanho indefinido (valor inicial aplicado), o que não gera impacto devido a algumas simplificações adotadas. Em um ambiente de investimentos real, o tamanho da carteira tem relevância principalmente por dois motivos: custos de transação e imposto de renda. Diferente da premissa básica adotada neste estudo, os custos de transação podem ser fixos, por ordem de compra ou venda. Inclusive, para o pequeno investidor que antes de começar a investir em ações realiza uma pesquisa comparando os preços praticados pelas corretoras no Brasil, é provável que os custos sejam todos fixos, o que é

prática comum entre as corretoras de baixo custo. Já o imposto de renda faz diferença quando levamos em consideração o tamanho da carteira, pois vendas mensais acumuladas de até de R\$ 20 mil são isentas. Logo, carteiras maiores teriam seu desempenho reduzido pela incidência de impostos. Assim, um refinamento do estudo poderia avaliar o impacto de diferentes tipos de custos de transação (variáveis, fixos ou ambos) e do porte do investimento inicial no desempenho das carteiras após imposto de renda.

O estudo inclui o período da crise financeira mundial de 2008. Pode-se argumentar que este foi um período atípico e fica a pergunta se os resultados seriam os mesmos, caso tal período não estivesse na amostra. Por outro lado, crises periódicas fazem parte do cenário de longo prazo de investimentos. Talvez não seja fácil obter um período sem uma crise ou período de grande volatilidade e afirmar que este seja um período “normal”. Ainda assim, um trabalho futuro pode repetir o exercício aqui realizado para um período de cinco anos que tenha uma volatilidade menor.



## 6 BIBLIOGRAFIA

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS ENTIDADES DOS MERCADOS FINANCEIROS E DE CAPITAIS. **Fundos de investimento**: relatório de taxas de administração. Rio de Janeiro, dez. 2012, 6 p. Disponível em: <<http://portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/relatorios/fundos/taxa-de-administracao/Documents/201212.pdf>>. Acesso em: 19 fev. 2013.

ANDERSEN, C. C.; MUSAJEV, M. M. **Can modern portfolio optimization strategies outperform 1/N on the danish market?** 2010. 218 f. Thesis(Master of Science in Business Administration) - Institute for Finance, Copenhagen Business School, Copenhagen, 2010.

BERNATZI, S.; THALER, R. Naïve diversification strategies in defined contribution saving plans. **The American Economic Review**, v. 91, n. 1, p. 79-98, 2001.

BLOOMFIELD, T.; LEFTWICH, R.; LONG, J. B. Portfolio strategies and performance. **Journal of Financial Economics**, v.5, n. 2, p. 201-218, 1977.

BRITO, N. R. O. O efeito da diversificação de risco no mercado acionário brasileiro. In: BRITO, N. R. O. (Org.), **Gestão de investimentos**, São Paulo: Atlas, 1989. P. 81-104.

CERETTA, P. S., COSTA JR., N. C. A. Quantas ações tornam um portfólio diversificado no mercado de capitais brasileiro? **Mercado de Capitais: Análise Empírica no Brasil**. São Paulo: Atlas, 2000. (Coleção Coppead de Administração).

DEMIGUEL, V.; GARLAPPI, L.; UPPAL, R. Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy? **The Review of Financial Studies**, v. 22, n. 5, p. 1915-1953, 2009.

DUCHIN, R.; LEVY, H. Markowitz versus the Talmudic portfolio diversification strategies. **The Journal of Portfolio Management**, v. 35, n. 2, p. 71-74, 2009.

EUROPEAN FUND AND ASSET MANAGEMENT ASSOCIATION. **Worldwide investment fund assets and flows**: trends in the third quarter 2012. Brussels, 2013. 16 p. Disponível em: <<http://www.efama.org/Publications/Statistics/International/Quarterly%20%20International/International%20Statistical%20Q3%202012.pdf>>. Acesso em: 19 fev. 2013.

FABOZZI, F. J.; GUPTA, F.; MARKOWITZ, H. The legacy of modern portfolio theory. **The Journal of Investing**, v. 11, n. 3, p. 7-22, 2002.

FLETCHER, J. Do optimal diversification strategies outperform the 1/n strategy in U.K. stock returns? **International Review of Financial Analysis**, v. 20, n. 5, p. 375-385, 2011.

KIRBY, C.; OSTDIEK, B. It's All in the timing: simple active portfolio strategies that outperform naive diversification. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 42, n. 2, p. 437-467, 2012.

KRITZMAN, M.; PAGE, S.; TURKINGTON, D. In defense of optimization: the fallacy of 1/N. **Financial Analysis Journal**, v. 66, n. 2, p. 31-39, 2010.

LOVISOLO, H. J.; LEAL, R. P. C. Cisnes negros no mercado de ações brasileiro. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2010. (**Relatórios COPPEAD**, v. 392).

MANDELBROT, B. The variation of certain speculative prices. **The Journal of Business**, v. 36, n. 4, p. 394-419, 1963.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

MICHAUD, R. O. The Markowitz optimization enigma: is 'optimized' optimal? **Financial Analysts Journal**, v. 45, n. 1, p. 31-42, 1989.

OLIVEIRA, F. N.; PAULA, E. L. Determinando o grau ótimo de diversificação para investidores usuários de Home Brokers. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 6, n. 3, p. 437-461, 2008.

RIBEIRO, T. S.; LEAL, R. P. C. Estrutura Fractal em Mercados Emergentes. **Revista de Administração Contemporânea**, v. 6, n. 3, p. 97-108, 2002.

SANTOS, A. A. P.; TESSARI, C. Técnicas quantitativas de otimização de carteiras aplicadas ao mercado de ações brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 10, n. 3, p. 369-394, 2012.

SANVICENTE, A. Z. Determinants of transaction costs in the brazilian stock market. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 10, n. 2, p. 179-196, 2012.

SIMONSON, I. The effect of purchase quantity and timing on variety-seeking behavior. **Journal of Marketing Research**, v. 27, n. 2, p. 150-162, 1990.

THOMAZ, D. A turma acordou. **Capital Aberto**, v. 100, n. 114, p. 12-14, 2013.

THOMÉ NETO, C.; LEAL, R. P. C.; ALMEIDA, V. S. Um índice de variância mínima de ações brasileiras. **Economia Aplicada**, v. 15, n. 4, p. 617-636, 2011.

TU, J.; ZHOU, G. Markowitz Meets Talmud: a combination of sophisticated and naïve diversification strategies. **Journal of Financial Economics**, v. 99, n. 1, p. 204-215, Jan. 2011.

## APÊNDICE 1 – ÍNDICE IBRX50 EM JANEIRO DE 2007 E AJUSTES

Original	Alterado	Ativo Original	Ajuste
ALLL11	ALLL3	ALL AMER LAT	Ajustes por mudança de código, sem alteração nas proporções
AMBV4	AMBV4	AMBEV	
ARCZ6	FIBR3	ARACRUZ	Ajustes incluíram mudança de código e alteração nas proporções (0,1347)
ARCE3	ARCE3	ARCELOR BR	Deslistado
BBDC4	BBDC4	BRADESCO	
BRAP4	BRAP4	BRADESPAR	
BBAS3	BBAS3	BRASIL	
B RTP4	OIBR3+OIBR4	BRASIL T PAR	Ajustes incluíram mudança de código e alteração nas proporções (ver detalhamento)
BRTO4	OIBR4	BRASIL TELEC	Alteração do Código de negociação na Base da Económica
BRKM5	BRKM5	BRASKEM	
CCRO3	CCRO3	CCR RODOVIAS	
CMIG4	CMIG4	CEMIG	
CESP6	CESP6	CESP	
CPLE6	CPLE6	COPEL	
CSAN3	CSAN3	COSAN	
CPFE3	CPFE3	CPFL ENERGIA	
CYRE3	CYRE3	CYRELA REALT	
ELET3	ELET3	ELETROBRAS	
ELET6	ELET6	ELETROBRAS	
\EMBR3	EMBR3	EMBRAER	
GGBR4	GGBR4	GERDAU	
GOAU4	GOAU4	GERDAU MET	
GOLL4	GOLL4	GOL	
ITAU4	ITUB4	ITAUBANCO	Alteração do Código de negociação na Base da Económica
ITSA4	ITSA4	ITAUSA	
KLBN4	KLBN4	KLABIN S/A	

LIGT3	LIGT3	LIGHT S/A	
LAME4	LAME4	LOJAS AMERIC	
NATU3	NATU3	NATURA	
NETC4	NETC4	NET	
PCAR4	PCAR4	P.ACUCAR-CBD	
PRGA3	BRFS3	PERDIGAO S/A	Alteração do Código de negociação na Base da Económica
PETR3	PETR3	PETROBRAS	
PETR4	PETR4	PETROBRAS	
RSID3	RSID3	ROSSI RESID	
SBSP3	SBSP3	SABESP	
SDIA4	BRFS3	SADIA S/A	Ajustes incluíram mudança de código e alteração nas proporções (0,132998)
CSNA3	CSNA3	SID NACIONAL	
SUBA3	BTOW3	SUBMARINO	Ajustes posterior por mudança de código, sem alteração nas proporções
TAMM4	TAMM4	TAM S/A	
TNLP3	TNLP3	TELEMAR	
TNLP4	TNLP4	TELEMAR	
TMAR5	TMAR5	TELEMAR N L	
TCSL4	TCSL4	TIM PART S/A	Ajustes por mudança de código, sem alteração nas proporções
UBBR11	UBBR11	UNIBANCO	Ajustes incluíram mudança de código e alteração nas proporções (1,7391)
USIM5	USIM5	USIMINAS	
VCPA4	FIBR3	V C P	Ajustes incluíram mudança de código e alteração nas proporções (0,91)
VALE3	VALE3	VALE R DOCE	
VALE5	VALE5	VALE R DOCE	
VIVO4	TLPP4	VIVO	Ajustes incluíram mudança de código e alteração nas proporções (1,55)

## APÊNDICE 2 – DETALHAMENTO DOS AJUSTES

22/6/2012 -> Data de acesso aos sites

A base da Economatica, utilizada como fonte de dados de preços, já é ajustada para fusões e aquisições, assim, os ativos que passaram por este tipo de evento tiveram seus códigos ajustados. O princípio econômico é que se o investidor estava com o ativo na carteira antes do evento, irá continuar com este após o evento.

- Ativos cujos códigos de negociação foram ajustados na própria base foram:

1) ITAU4 -> ITUB4

2) PRGA3 -> BRFS3

3) BRTO4 -> OIBR4

([http://ri.oi.com.br/oi/web/conteudo\\_pt.asp?idioma=0&conta=28&tipo=40354](http://ri.oi.com.br/oi/web/conteudo_pt.asp?idioma=0&conta=28&tipo=40354))

- Ativos cujos ajustes foram por mudança de código, sem alteração nas proporções:

1) ALLL11 -> ALLL3

(<http://ri.all-logistica.com/all/web/arquivos/ALLSA.FR.2010.10.19.pdf>)

2) SUBA3 -> BTOW3

(<http://www.b2winc.com/upload/comunicadosaomercado/00000106.pdf>)

3) TCSL4 -> TIMP3

([http://www.timpartri.com.br/tim/Show.aspx?id\\_materia=sfz0n0uRlx1qrQ9TiMMSOA=&id\\_canal=8bxrmj+yIkOdLvltpvOBng==&id\\_canalpai=VLhOZtE5R6BOc6BVUmeLzg==](http://www.timpartri.com.br/tim/Show.aspx?id_materia=sfz0n0uRlx1qrQ9TiMMSOA=&id_canal=8bxrmj+yIkOdLvltpvOBng==&id_canalpai=VLhOZtE5R6BOc6BVUmeLzg==))

- Ativos cujos ajustes incluíram mudança de código e alteração nas proporções:

1) SDIA4 -> BRFS3(0,132998 )

([https://www.brasilfoods.com/ri/siteri/web/conteudo\\_pt.asp?idioma=0&conta=28&tipo=32260&id=98004](https://www.brasilfoods.com/ri/siteri/web/conteudo_pt.asp?idioma=0&conta=28&tipo=32260&id=98004))

2) UBBR11 -> ITUB4 (1,7391)

([http://ww13.itau.com.br/portali/html/port/hotsite\\_itau\\_unibanco/pdf/far\\_detalhamento.pdf](http://ww13.itau.com.br/portali/html/port/hotsite_itau_unibanco/pdf/far_detalhamento.pdf))

3) VIVO4 -> TLPP4 (1,55) -> VIVT4

([http://vivo.mediagroup.com.br/port/download/1651\\_Aviso\\_acionistas\\_direito\\_recesso\\_27042011.pdf](http://vivo.mediagroup.com.br/port/download/1651_Aviso_acionistas_direito_recesso_27042011.pdf))

4) ARCZ6 -> FIBR3 (0,1347)

([http://fibria.foinvest.com.br/ptb/204/Fibria\\_FormulriodeReferencia\\_30junho2010\\_html/Fibria\\_FormulriodeReferencia\\_30junho2010.html](http://fibria.foinvest.com.br/ptb/204/Fibria_FormulriodeReferencia_30junho2010_html/Fibria_FormulriodeReferencia_30junho2010.html))

5) BRTP4 -> BRTO3 + BRTO4 -> OIBR3 + OIBR4

([http://v3.oi.foinvest.com.br/ptb/6448/2009.11.06\\_Comunicado%20encerramento%20direito%20de%20retirada.pdf](http://v3.oi.foinvest.com.br/ptb/6448/2009.11.06_Comunicado%20encerramento%20direito%20de%20retirada.pdf))

6) VCPA4 -> FIBR3 (0,91) (e-mail RI)

Apenas o ativo ARCE3 foi deslistado sem substituição/incorporação, sendo a companhia comprada pela sua controladora no exterior e deslistada. Assim, este papel, para fins de simplificação da análise, foi considerado com a cotação fixa a partir da deslistagem, com valor igual à última cotação, o que equivale supor que o investidor vendeu o papel e não reaplicou o montante.

### APÊNDICE 3 – FIAS ANALISADOS

Os fundos marcados entraram na consulta feita à base de dados Quantum Axis®, porém foram excluídos da análise por conter em seus nomes as palavras ALAVANCADO ou LEVERAGE, o que indica que são fundos alavancados e, portanto, fora do escopo proposto para este trabalho.

A segregação entre fundos Varejo e Independentes foi realizada de acordo com o seguintes critérios:

1. Fundos com nomes de bancos de varejo (Banco do Nordeste; Banestes; Banrisul; BB; Bradesco; Caixa; HSBC; Itaú; Safra; Santander; Unibanco) em seus nomes foram considerados Varejo.
2. Um único fundo cujo nome continha a palavra UNICLASS, foi considerado Varejo, por entendermos que seria um fundo gerido pelo Unibanco.
3. Todos os fundos restantes foram considerados Independentes.

FUNDOS DE INVESTIMENTOS EM AÇÕES ANALISADOS	SEGREGAÇÃO
3FS FI AÇÕES	Não Varejo
AAA AÇÕES FIC AÇÕES	Não Varejo
ALANA FIC AÇÕES	Não Varejo
ALFA 1117 IQ FI AÇÕES	Não Varejo
ALFA SPECIAL FI AÇÕES	Não Varejo
ALSAN ESTRATÉGIA FI AÇÕES	Não Varejo
AMARIL FRANKLIN FI AÇÕES	Não Varejo
ARGUCIA INCOME FI AÇÕES	Não Varejo
AROEIRA FIC AÇÕES	Não Varejo
ASCESE FI AÇÕES	Não Varejo
ÁTICO AÇÕES FI AÇÕES	Não Varejo
AUDACE FI AÇÕES	Não Varejo
BANCO DO NORDESTE FI AÇÕES	Varejo
BANESTES FI AÇÕES	Varejo
BANRISUL AÇÕES FI AÇÕES	Varejo
BANRISUL ÍNDICE FI AÇÕES	Varejo
BANRISUL PERFORMANCE FI AÇÕES	Varejo
BB MULTIGESTOR PRIVATE FIC AÇÕES	Varejo

BB TOP DIVIDENDOS FI AÇÕES	Varejo
BB TOP SMALL CAPS FI AÇÕES	Varejo
BBM II FI AÇÕES	Não Varejo
BNP PARIBAS ACE IBRX FI AÇÕES	Não Varejo
BNP PARIBAS GRAND PRIX FI AÇÕES	Não Varejo
BNP PARIBAS MIRANTE IBRX FI AÇÕES	Não Varejo
BNY MELLON ARX FI AÇÕES	Não Varejo
BNY MELLON ARX INCOME FI AÇÕES	Não Varejo
BOREAL AÇÕES III FI AÇÕES	Não Varejo
BRADESCO DIVIDENDOS FI AÇÕES	Varejo
BRADESCO EQUITIES FI AÇÕES	Varejo
BRADESCO EXCLUSIVE FI AÇÕES	Varejo
BRADESCO IBX PLUS FI AÇÕES	Varejo
BRADESCO INSTITUCIONAL IBRX ATIVO FI AÇÕES	Varejo
BRADESCO PRIME ACTIVE FIC AÇÕES	Varejo
BRADESCO PRIME DIVIDENDOS FIC AÇÕES	Varejo
<b>BRADESCO PRIVATE ALAVANCADO IBOVESPA FI AÇÕES</b>	<b>Varejo</b>
BRADESCO PRIVATE FI AÇÕES	Varejo
BRADESCO SELECTION FI AÇÕES	Varejo
BRADESCO SMALL CAP PLUS FI AÇÕES	Varejo
BRADESCO SUPER AÇÃO FI AÇÕES	Varejo
<b>BRAM ALAVANCADO IBOVESPA FI AÇÕES</b>	<b>Não Varejo</b>
BRAM FI AÇÕES	Não Varejo
BRAM IBOVESPA ATIVO FI AÇÕES	Não Varejo
BRB AÇÕES 500 FIC AÇÕES	Não Varejo
BRB PETROVALE FI AÇÕES	Não Varejo
BRESSER AÇÕES FI AÇÕES	Não Varejo
BTG PACTUAL ANDRÔMEDA FI AÇÕES	Não Varejo
BTG PACTUAL DINÂMICO IBRX 50 FI AÇÕES	Não Varejo
BTG PACTUAL EQUITY MULTIMANAGERS FIC AÇÕES	Não Varejo
CAIXA DIVIDENDOS FI AÇÕES	Varejo
CARTEIRA ATIVA II FI AÇÕES	Não Varejo
CARTEIRA CORPORATIVA 98 FIC AÇÕES	Não Varejo



CAVALO FI AÇÕES	Não Varejo
COINVALORES FI AÇÕES	Não Varejo
COLUMBUS FI AÇÕES	Não Varejo
COMERCIAL MASTER FI AÇÕES	Não Varejo
COMPOSITE AÇÕES FIC AÇÕES	Não Varejo
CONCÓRDIA SET FI AÇÕES	Não Varejo
CONCÓRDIA VALOR FI AÇÕES	Não Varejo
CORINGA FI AÇÕES	Não Varejo
CREDIT AGRICOLE SELECTION FI AÇÕES	Não Varejo
CREDIT SUISSE PRÓPRIO FI AÇÕES	Não Varejo
CSHG CEREJEIRA EQUITY FI AÇÕES	Não Varejo
CSHG CLIQUE FI AÇÕES	Não Varejo
CSHG DIVIDENDOS FI AÇÕES	Não Varejo
CSHG HAMLET FIC AÇÕES	Não Varejo
CSHG INFINITE FI AÇÕES	Não Varejo
CSHG JOREROS FI AÇÕES	Não Varejo
CSHG RLPREV FI AÇÕES	Não Varejo
CSHG TAMANDUÁ FI AÇÕES	Não Varejo
CSHG TOP AÇÕES FIC AÇÕES	Não Varejo
DAYCOVAL TARGET FI AÇÕES	Não Varejo
DYNAMO COUGAR FI AÇÕES	Não Varejo
ELITE FI AÇÕES	Não Varejo
ELO FI AÇÕES	Não Varejo
EMPIRICUS GALLEAS FI AÇÕES	Não Varejo
EQUITY ALLOCATION FUND FIC AÇÕES	Não Varejo
EQUITY CP FI AÇÕES	Não Varejo
EVOLUTION FI AÇÕES	Não Varejo
FAMA PALESTRA FIC AÇÕES	Não Varejo
FATOR INSTITUCIONAL FI AÇÕES	Não Varejo
FATOR JAGUAR FI AÇÕES	Não Varejo
FATOR PORTFÓLIO AÇÕES FIC AÇÕES	Não Varejo
FIBRA VIC FI AÇÕES	Não Varejo
FOCUS FI AÇÕES	Não Varejo

FOCUS JAC FI AÇÕES	Não Varejo
FÓTON FI AÇÕES	Não Varejo
FRANKLIN TEMPLETON IBX FI AÇÕES	Não Varejo
FRANKLIN TEMPLETON VALOR E FVL FI AÇÕES	Não Varejo
GALILEU FI AÇÕES	Não Varejo
GAP FIC AÇÕES	Não Varejo
GERAÇÃO FI AÇÕES	Não Varejo
GERAÇÃO FUTURO PROGRAMADO FI AÇÕES	Não Varejo
GRADIUS AÇÕES FI AÇÕES	Não Varejo
GRADUAL PAVARINI FI AÇÕES	Não Varejo
<b>GWI LEVERAGE FI AÇÕES</b>	<b>Não Varejo</b>
HALT SUL AMÉRICA FIC AÇÕES	Não Varejo
HSBC CELI FI AÇÕES	Varejo
HSBC DIVIDENDOS FI AÇÕES	Varejo
HSBC INSTITUCIONAL FI AÇÕES	Varejo
HSBC PLUS IBOVESPA FI AÇÕES	Varejo
HSBC SALUBRE FI AÇÕES	Varejo
HSBC SMALL CAPS FI AÇÕES	Varejo
HSBC VALOR FI AÇÕES	Varejo
HUMAITÁ VALUE FI AÇÕES	Não Varejo
IB SMALL CAP VALUATION FI AÇÕES	Não Varejo
ICATU VANGUARDA DIVIDENDOS FI AÇÕES	Não Varejo
ICATU VANGUARDA IBX FI AÇÕES	Não Varejo
IMPACTO VALUATION FI AÇÕES	Não Varejo
ITAÚ BLUE FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ CAIXA FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ CELI FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ DIVIDENDOS FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ IBOVESPA ATIVO FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ IBRX ATIVO FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ INSTITUCIONAL 50 FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ INSTITUCIONAL IBOVESPA ATIVO FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ INSTITUCIONAL IBRX ATIVO FI AÇÕES	Varejo

ITAÚ MULTI SETORIAL FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ PERSONNALITÉ IBOVESPA ATIVO FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ PERSONNALITÉ MULTIFUNDOS FIC AÇÕES	Varejo
ITAÚ PRIVATE ATIVO FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ PRIVATE MULTI FIC AÇÕES	Varejo
ITAÚ PRIVATE SELECT FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ SELEÇÃO BRASIL FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ SELEÇÃO FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ SMALL CAP FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ STRATEGY FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ TIMING FI AÇÕES	Varejo
ITAÚ VALOR FI AÇÕES	Varejo
JATLAN FI AÇÕES	Não Varejo
LECCA VALUATION FIC AÇÕES	Não Varejo
LEGG MASON MULTISETORIAL FI AÇÕES	Não Varejo
LEGG MASON PORTFÓLIO FI AÇÕES	Não Varejo
LINCE FI AÇÕES	Não Varejo
M89 FI AÇÕES	Não Varejo
MAGLIANO FI AÇÕES	Não Varejo
MANITU HIGH YIELD FI AÇÕES	Não Varejo
MÁXIMA PARTICIPAÇÕES INSTITUCIONAL FI AÇÕES	Não Varejo
MB FI AÇÕES	Não Varejo
MB FLEX FI AÇÕES	Não Varejo
MCAP POLAND FI AÇÕES	Não Varejo
MERCAANTE FI AÇÕES	Não Varejo
MERCATTO ABACO FI AÇÕES	Não Varejo
MERCATTO BANESE CELI FI AÇÕES	Não Varejo
MERCATTO ESTRATÉGIA FI AÇÕES	Não Varejo
MERCATTO GESTÃO FUNDAMENTALISTA FI AÇÕES	Não Varejo
MERCATTO R2 FI AÇÕES	Não Varejo
META VALOR FI AÇÕES	Não Varejo
MINEIRINHO FI AÇÕES	Não Varejo
MIRANTE IBRX FIC AÇÕES	Não Varejo

MISTYQUE FI AÇÕES	Não Varejo
MOSAVI FI AÇÕES	Não Varejo
MULTI STOCK FI AÇÕES	Não Varejo
NETUNO FI AÇÕES	Não Varejo
NUCLEOS IV VOTORANTIM FI AÇÕES	Não Varejo
NUEVO SUMATRA FI AÇÕES	Não Varejo
OPP I FI AÇÕES	Não Varejo
OPPORTUNITY LÓGICA II INSTITUCIONAL FI AÇÕES	Não Varejo
OPPORTUNITY SELECTION MASTER FI AÇÕES	Não Varejo
OPPORTUNITY SPECIAL FI AÇÕES	Não Varejo
OPUS AÇÕES FI AÇÕES	Não Varejo
PAR PERFEITO FI AÇÕES	Não Varejo
PAULISTA FI AÇÕES	Não Varejo
PERSONALE PODIUM FI AÇÕES	Não Varejo
PILLAINVEST FI AÇÕES	Não Varejo
PLIM FI AÇÕES	Não Varejo
POLO LATITUDE 84 FI AÇÕES	Não Varejo
PRIME CARTEIRA LIVRE FI AÇÕES	Não Varejo
PRIME FI AÇÕES	Não Varejo
PRÓSPERO ADINVEST FI AÇÕES	Não Varejo
RAPSAG FI AÇÕES	Não Varejo
RIO ASSETS FI AÇÕES	Não Varejo
RIO BRAVO FUNDAMENTAL FI AÇÕES	Não Varejo
RIO FI AÇÕES	Não Varejo
SAFRA AÇÕES FI AÇÕES	Varejo
SAFRA LARGE CAP FI AÇÕES	Varejo
SAFRA MIX AÇÕES FIC AÇÕES	Varejo
SAFRA MULTI DIVIDENDOS FI AÇÕES	Varejo
SAFRA PRIVATE FI AÇÕES	Varejo
SAFRA SMALL CAP FI AÇÕES	Varejo
SANTANDER ATIVO II FI AÇÕES	Varejo
SANTANDER BISA FI AÇÕES	Varejo
SANTANDER DIVIDENDOS FI AÇÕES	Varejo

SANTANDER ESTRATÉGICO FI AÇÕES	Varejo
SANTANDER FI AÇÕES	Varejo
SANTANDER IBRX FI AÇÕES	Varejo
SANTANDER INSTITUCIONAL BR IBOVESPA FI AÇÕES	Varejo
SANTANDER INSTITUCIONAL IBOVESPA FI AÇÕES	Varejo
SANTANDER INSTITUCIONAL IBRX ATIVO FI AÇÕES	Varejo
SANTANDER PB REIHEL FIC AÇÕES	Varejo
SANTANDER PB RK EXCLUSIVO FI AÇÕES	Varejo
SANTANDER VALOR FIC AÇÕES	Varejo
SCHRODER ALPHA PLUS FI AÇÕES	Não Varejo
SCHRODER IBRX 50 FI AÇÕES	Não Varejo
SCHRODER IBX PLUS FI AÇÕES	Não Varejo
SCHRODER VALOR FI AÇÕES	Não Varejo
SLW FI AÇÕES	Não Varejo
SOLIDUS FI AÇÕES	Não Varejo
SPARTA FI AÇÕES	Não Varejo
TÁTICA PLUS FI AÇÕES	Não Varejo
TAURUS TOP PICK FI AÇÕES	Não Varejo
TNA FIC AÇÕES	Não Varejo
TNAD FI AÇÕES	Não Varejo
UNIBANCO GZ FI AÇÕES	Varejo
UNIBANCO INSTITUCIONAL SMALL CAP FI AÇÕES	Varejo
UNIBANCO OURO FINO FI AÇÕES	Varejo
UNIBANCO PRIVATE DIVIDENDOS FI AÇÕES	Varejo
UNICLASS DIVIDENDOS FI AÇÕES	Varejo
UV EQUITY BRASIL FI AÇÕES	Não Varejo
VERAX PERSPECTIVA FI AÇÕES	Não Varejo
VERAX VESPER EXCLUSIVO FI AÇÕES	Não Varejo
VIC RV FIC AÇÕES	Não Varejo
VICTOIRE SELECTION FI AÇÕES	Não Varejo
VINCI GAS BLUE MARLIN FI AÇÕES	Não Varejo
VINCI GAS CANOY DIVIDENDOS FI AÇÕES	Não Varejo
VINCI GAS DIVIDENDOS FI AÇÕES	Não Varejo

VINCI GAS FI AÇÕES	Não Varejo
VIRGÍNIA IQ FI AÇÕES	Não Varejo
VOTORANTIM FI AÇÕES	Não Varejo
VOTORANTIM IBRX FI AÇÕES	Não Varejo
VOTORANTIM MULTIMANAGER FI AÇÕES	Não Varejo
VOTORANTIM PERFORMANCE FI AÇÕES	Não Varejo
XP INVESTOR FI AÇÕES	Não Varejo
XP INVESTOR FI AÇÕES	Não Varejo